

---

**Strukturintensitätsanalyse  
als Werkzeug der Maschinenakustik**

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

**Dipl.-Wirtsch.-Ing. Thorsten Hering**

aus Offenbach am Main

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka
Mitberichterstatter:	Prof. Dr. techn. Christian Beidl
Tag der Einreichung:	25.01.2012
Tag der mündlichen Prüfung:	09.05.2012

Darmstadt 2012

D17

---

---

## Kurzfassung

---

Im Fokus der Maschinenakustik steht die Beschreibung und Beeinflussung des von technischen Strukturen abgestrahlten Luftschalls. Die Wirkkette der Schallentstehung vom Spektrum der Erregerkräfte bis hin zur abgestrahlten Luftschallleistung wird von der maschinenakustischen Grundgleichung modellhaft beschrieben. Hierbei wird jedoch das Körperschalltransferverhalten, also der Fluss der Schwingungsenergie von der Erregung durch die Struktur, als „Black Box“ betrachtet. Der Maschinenakustik fehlt sowohl in der wissenschaftlichen Analyse als auch bei der ingenieurmäßigen Konstruktion akustisch gestalteter Produkte ein Werkzeug für die Beurteilung und Ableitung von konstruktiven Maßnahmen zur Lärminderung. Dafür ist eine Betrachtung der Strukturintensität, welche den Energietransport im Festkörper von der Quelle zur Senke beschreibt, geeignet. In dieser Arbeit wird ein methodisches Vorgehen auf Basis der Strukturintensität zur gezielten Gestaltung lokaler Impedanzen und Dämpfungsverteilungen innerhalb dünnwandiger flächiger Strukturen hergeleitet. Mit seiner Hilfe ist es möglich, akustische konstruktive Maßnahmen systematisch zu bewerten und auszulegen. Hierfür wird zunächst die Konvergenz der Strukturintensität bei modaler Superposition an den Beispielen einer KIRCHHOFF-Platte und eines EULER-BERNOULLI-Balkens untersucht. Dabei zeigt sich, dass je nach Genauigkeitsanforderungen und Ort auf der Struktur teils mehrere tausend Eigenschwingungen zu berücksichtigen sind. Numerische Studien ergeben weiter, dass der in der Literatur vernachlässigte Normalenanteil des Energieflusses bei dünnwandigen Strukturen etwa 1% beträgt. Transiente Berechnungen führen zu dem Schluss, dass bei qualitativer Betrachtung nach 100 bis 200 Schwingungen von einem eingeschwungenen Zustand der Energieflüsse auszugehen ist, während dies bei quantitativer Bewertung nach ca. 1.000 Perioden der Fall ist. Zudem zeigt sich, dass bei mehrfach gekrümmten Strukturen die Bedeutung des oft vernachlässigten Energieflusses aus In-plane-Schwingungen zunimmt. Bei vielen realen Karosseriebauteilen aus dem Automobilbau dominieren diese sogar den Energiefluss. In-plane-Schwingungen stellen somit aufgrund ihrer Koppelung mit den Out-of-plane-Schwingungen einen wichtigen Ansatzpunkt zur Beeinflussung der BiegeWellen dar. An den Beispielen einer Ölwanne und eines Gepäckraumbodens wird gezeigt, dass eine lokale Dämmung von In-plane-Schwingungen durch Impedanzsprünge in reduzierten Biegeschwingungen resultieren kann. Bei der Analyse und Optimierung der Verteilung von Dämpfungsbelägen auf dünnwandigen Strukturen stellt sich heraus, dass die Effekte der zusätzlichen Massen und Steifigkeiten durch die Beläge eine größere Auswirkung auf die globalen und lokalen Schwingamplituden haben als die zusätzliche Dämpfung.

---

---

## Inhaltsverzeichnis

---

Abbildungsverzeichnis.....	II
Tabellenverzeichnis.....	V
Abkürzungsverzeichnis.....	VI
Formelzeichenverzeichnis .....	VII
1    Einleitung.....	1
1.1    Motivation.....	1
1.2    Stand der Forschung .....	4
1.3    Zielsetzung der Arbeit und Abgrenzung zu bisherigen Arbeiten.....	20
2    Die Strukturintensität in der Maschinenakustik .....	24
2.1    Akustische Intensitäten.....	26
2.2    Strukturintensität von Schalen .....	30
2.3    Strukturintensität von Balken.....	34
3    Analytische Voruntersuchungen .....	36
3.1    Strukturintensität der KIRCHHOFF-Platte .....	36
3.2    Strukturintensität des EULER-BERNOULLI-Balkens .....	41
3.3    Aktive und reaktive Intensitäten.....	44
3.4    Konvergenzbetrachtung der Strukturintensität bei modaler Superposition .....	48
3.4.1    Konvergenzanalyse für eine KIRCHHOFF-Platte .....	48
3.4.2    Konvergenzanalyse für einen EULER-BERNOULLI-Balken.....	64
4    Numerische Voruntersuchungen .....	70
4.1    Numerische Berechnung der Strukturintensität.....	70
4.2    Zeitbereich und Einschwingvorgang.....	73
4.3    Strukturintensität der Platte in Dickenrichtung .....	77
4.4    Transversal- und Longitudinalwellen .....	80
5    Körperschallanalyse und Konstruktionsauslegung mit Hilfe der STI.....	86
5.1    Transmission und Reflexion .....	87
5.1.1    Impedanzsprünge in Schalenstrukturen .....	89
5.1.2    Ableitung von Dämmmaßnahmen aus STI-Analysen .....	91
5.1.3    Körperschalldämmung am Beispiel einer Ölwanne.....	92
5.1.3.1    Variation der lokalen Massenimpedanz.....	94
5.1.3.2    Variation der lokalen Steifigkeitsimpedanz .....	97
5.1.3.3    Experimentelle Verifikation .....	100
5.1.4    Körperschalldämmung am Beispiel eines Gepäckraumbodens.....	102
5.2    Dissipation.....	109
5.2.1    Gestaltung und Bewertung der Dämpfungsverteilung mit Hilfe der STI.....	112
5.2.2    Optimierung der Dämpfungsverteilung am Beispiel eines Stahlkastens.....	115
5.3    Diskussion der Ergebnisse .....	119
6    Zusammenfassung und Ausblick .....	122
Literaturverzeichnis.....	XI

---

## Abbildungsverzeichnis

---

Abbildung 1-1:	Blockschaltbild der Schallentstehung .....	3
Abbildung 2-1:	Blockschaltbild der maschinenakustischen Grundgleichung.....	25
Abbildung 2-2:	Koordinatensystem der Schale .....	31
Abbildung 2-3:	Schnittgrößen der Schale .....	33
Abbildung 2-4:	Schnittgrößen des Balkens .....	35
Abbildung 3-1:	Krafterregte Rechteckplatte.....	37
Abbildung 3-2:	Krafterregter Balken.....	41
Abbildung 3-3:	Aktive STI einer Rechteckplatte für die 1-2-Mode (links) und die 3-5-Mode (rechts).....	45
Abbildung 3-4:	Vergleich der reaktiven Intensitätskomponenten (links) mit den Gradienten der potenziellen Energiedichte (rechts) .....	47
Abbildung 3-5:	Integrationspfad .....	49
Abbildung 3-6:	Konvergenz für ausgewählte Eigenfrequenzen .....	51
Abbildung 3-7:	Konvergenz für die 4. Resonanzfrequenz bei zwei unterschiedlichen Integrationspfaden .....	53
Abbildung 3-8:	Konvergenz der 4. Resonanzfrequenz bei unterschiedlichen Integrationspfaden .....	54
Abbildung 3-9:	Konvergenz des Biegemomentanteils für Eigenfrequenz Nr. 4 .....	55
Abbildung 3-10:	Konvergenz des Querkraftanteils für Eigenfrequenz Nr. 4.....	55
Abbildung 3-11:	Konvergenz des Torsionsmomentanteils für Eigenfrequenz Nr. 4.....	56
Abbildung 3-12:	Querkraftkomponente $Q_x$ der Eigenfrequenz Nr. 4 (links Betrag, rechts Phase) .....	57
Abbildung 3-13:	Biegemomentkomponente $M_x$ der Eigenfrequenz Nr. 4 (links Betrag, rechts Phase) .....	57
Abbildung 3-14:	Konvergenz für Eigenfrequenzen 1 bis 5 der Platte .....	59
Abbildung 3-15:	Konvergenz für Eigenfrequenzen 11 bis 15 der Platte .....	59
Abbildung 3-16:	Konvergenz für Eigenfrequenzen 26 bis 30 der Platte .....	60
Abbildung 3-17:	Eigenfrequenz Nr. 26 bei 20 (oben links), 25 (oben rechts), 30 (mitte links), 50 (mitte rechts), 500 (unten links) und 10.000 (unten rechts) berücksichtigten Eigenschwingungen.....	62
Abbildung 3-18:	Eigenfrequenz Nr. 1 bei 5 (oben links), 25 (oben rechts), 50 (mitte links), 100 (mitte rechts), 500 (unten links) und 10.000 (unten rechts) berücksichtigten Eigenschwingungen.....	63
Abbildung 3-19:	Qualitativer Verlauf der aktiven Balkenintensität.....	65
Abbildung 3-20:	Konvergenz der STI des EULER-BERNOULLI-Balkens für Eigenfrequenz Nr. 6.....	66
Abbildung 3-21:	Normierte Intensität und normierter Fehler der 6. Resonanzschwingung bei 100 berücksichtigten Eigenschwingungen .....	67
Abbildung 3-22:	Normierte Intensitätsanteile und Schwingamplituden der 6. Resonanzschwingung bei 100 berücksichtigten Eigenschwingungen .....	67
Abbildung 3-23:	Normierte Intensität und normierter Fehler der 6. Resonanzschwingung bei 5.000 berücksichtigten Eigenschwingungen .....	68

Abbildung 3-24: Normierte Intensitätsanteile und Schwingamplituden der 6. Resonanzschwingung bei 5.000 berücksichtigten Eigenschwingungen .....	68
Abbildung 4-1: Koordinatensysteme eines Schalenmodells.....	71
Abbildung 4-2: Einschwingverhalten der 6. Resonanzschwingung der Platte .....	75
Abbildung 4-3: Einschwingverhalten der 10. Resonanzschwingung der Platte .....	75
Abbildung 4-4: STI der 6. Resonanzfrequenz, Frequenzbereichslösung (links) und über die 40. Periode zeitlich gemittelte STI (rechts) .....	76
Abbildung 4-5: Zeitlich gemittelte STI der 6. Resonanzfrequenz über die 100. Periode gemittelt (links) und über alle Perioden gemittelt (rechts) .....	76
Abbildung 4-6: Maximale Dickenänderung (in m) der 3-1-Mode der Platte .....	78
Abbildung 4-7: STI-Anteile in z-Richtung .....	79
Abbildung 4-8: Stahlkasten.....	81
Abbildung 4-9: Intensitätsanteile für die 10. Eigenfrequenz des Stahlkastens .....	82
Abbildung 4-10: Wellenanteile der STI des Kastens.....	83
Abbildung 4-11: FE-Modelle der Ölwanne und des Gepäckraumbodens.....	84
Abbildung 4-12: Wellenanteile der STI der Ölwanne.....	84
Abbildung 4-13: Wellenanteile der STI des Gepäckraumbodens.....	85
Abbildung 5-1: Energieausbreitung in beliebigen Medien.....	86
Abbildung 5-2: Platte mit Impedanzsprung .....	89
Abbildung 5-3: Körperschalldämmung durch Massenimpedanz .....	90
Abbildung 5-4: FE-Modell der Ölwanne.....	93
Abbildung 5-5: Betriebsschwingformen der Ölwanne.....	93
Abbildung 5-6: Aktive STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne mit Detailansicht (rechts) .....	94
Abbildung 5-7: Beträge der Wellenanteile der aktiven STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) für die 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne.....	95
Abbildung 5-8: Punktmassen auf der Ölwanne .....	95
Abbildung 5-9: Aktive STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse.....	96
Abbildung 5-10: Schnelleverteilung $v$ (in $\text{m s}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse .....	96
Abbildung 5-11: Schnelleverteilung $v$ (in $\text{m s}^{-1}$ ) der 3. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse .....	97
Abbildung 5-12: Aktive STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne mit Detailansicht (rechts) .....	98
Abbildung 5-13: Betrag der aktiven STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) für die 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne.....	98
Abbildung 5-14: Ölwanne mit Versteifung.....	99
Abbildung 5-15: Aktive STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzfedern .....	99
Abbildung 5-16: Schnelleverteilung $v$ (in $\text{m s}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzfedern .....	100
Abbildung 5-17: Messaufbau .....	101

---

Abbildung 5-18: Aktive STI (links) sowie gemessene Schnelle der Ölwanne im Ausgangszustand (Mitte) und mit Zusatzmasse (rechts) .....	101
Abbildung 5-19: FE-Modell des Gepäckraumbodens mit markierter Anregungsstelle (links) und markierten Zonen der Impedanzanpassung (rechts).....	103
Abbildung 5-20: Betriebsschwingformen des Gepäckraumbodens .....	104
Abbildung 5-21: Aktive STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens mit Detailansicht (rechts) .....	105
Abbildung 5-22: Wellenanteile der aktiven STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz (out-of-plane links, in-plane rechts) .....	105
Abbildung 5-23: Beträge der In-plane-Intensitäten (in $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Resonanzfrequenz des Gepäckraumbodens.....	106
Abbildung 5-24: Schnelleverteilungen (in $\text{mm s}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens .....	106
Abbildung 5-25: Schnelleverteilungen (in $\text{mm s}^{-1}$ ) der 3. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens .....	107
Abbildung 5-26: Schnelleverteilungen (in $\text{mm s}^{-1}$ ) der 11. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens .....	107
Abbildung 5-27: Schnelleverteilungen (in $\text{mm s}^{-1}$ ) der 6. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens .....	108
Abbildung 5-28: Beträge der integrierten aktiven STI (in $\text{W m}^{-1}$ ) des Gepäckraumbodens bis 200 Hz .....	109
Abbildung 5-29: Balken mit punktförmiger Dissipation .....	110
Abbildung 5-30: 6. Resonanzschwingung des Balkens mit verteilter Dissipation .....	111
Abbildung 5-31: Platte mit Dämpferelement .....	113
Abbildung 5-32: Stahlkasten mit Dämpfungsbelag .....	115
Abbildung 5-33: Konvergenzvergleich der Optimierungsalgorithmen.....	117
Abbildung 5-34: Lösungsraum des Optimierungsproblems .....	118

---

---

## Tabellenverzeichnis

---

Tabelle 3-1:	Eigenfrequenzen der KIRCHHOFF-Platte.....	50
Tabelle 3-2:	Konvergenzgrenzen der STI entlang eines Integrationspfads .....	52
Tabelle 3-3:	Mittlere Fehlerschwellen der STI bei modaler Superposition .....	61
Tabelle 4-1:	Eigenfrequenzen des Stahlkastens.....	82
Tabelle 5-1:	Resonanzfrequenzen der Ölwanne .....	93
Tabelle 5-2:	Eigenfrequenzen des Gepäckraumbodens .....	103
Tabelle 5-3:	Vergleich der optimalen Dämpfungsverteilung und der maximalen Gleichverteilung .....	119

---

## Abkürzungsverzeichnis

---

AVC	Active Vibration Control
EU	Europäische Union
FE(M)	Finite-Elemente(-Methode)
InMAR	<u>I</u> ntelligent <u>M</u> aterials for <u>A</u> ctive Noise <u>R</u> eduction
ip	in-plane
LDV	Laser-Doppler-Vibrometer
LMS	Least Mean Square (kleinste quadratische Abweichung)
Pkw	Personenkraftwagen
oop	out-of-plane
RMS	Root Mean Square (Effektivwert)
SEA	Statistische Energieanalyse
SI	Schallintensität
SLDV	Scanning-Laser-Doppler-Vibrometer
STI	Strukturintensität / Körperschallintensität
TPA	Transferpfadanalyse



---

## Formelzeichenverzeichnis

---

### Lateinische Buchstaben:

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$A$	-	Koordinatentransformationsmatrix
$A$	$m^2$	Fläche
$a_{ij}$	-	Komponente $ij$ Transformationsmatrix
$B'$	$N\ m$	auf die Breite bezogene Biegesteifigkeit der Schale
$c$	$m\ s^{-1}$	Schallgeschwindigkeit
$d_i$	-	$i$ -te Designvariable eines Optimierungsproblems
$E$	$N\ m^{-2}$	Elastizitätsmodul
$E_e$	$N\ m$	einfallende Energie
$E_{diss}$	$N\ m$	dissipierte Energie
$E_r$	$N\ m$	reflektierte Energie
$E_t$	$N\ m$	transmittierte Energie
$e$	-	EULERSche Zahl
$e$	$N\ m^{-2}$	Energiedichte
$e_i$	-	$i$ -ter Basisvektor des globalen Koordinatensystems
$e'_i$	-	$i$ -ter Basisvektor des Elementkoordinatensystems
$F$	$N$	Kraftvektor
$F$	$N$	Erregerkraft
$f$	$Hz$	Frequenz
$f_{mn}$	$Hz$	$mn$ -te Eigenfrequenz
$G$	$N\ m^{-2}$	Schubmodul
$h$	$m$	Dicke
$I$	$W\ m^{-2}$	Strukturintensitätsvektor
$I_a$	$W\ m^{-2}$	aktiver Strukturintensitätsvektor
$I_{p\%}$	%	In-plane-Anteil der STI der Platte
$I_r$	$W\ m^{-2}$	reaktiver Strukturintensitätsvektor
$I'$	$W\ m^{-1}$	Schalen-STI-Vektor
$I'_a$	$W\ m^{-1}$	aktiver Schalen-STI-Vektor
$I'_r$	$W\ m^{-1}$	reaktiver Schalen-STI-Vektor
$I''$	$W$	Balken-STI-Vektor

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$I''_a$	W	aktiver Balken-STI-Vektor
$I''_r$	W	reaktiver Balken-STI-Vektor
$I_{\text{Fluid}}$	$\text{W m}^{-2}$	(Fluid-)Schallintensitätsvektor
$I_i$	$\text{W m}^{-2}$	$i$ -te Komponente des Strukturintensitätsvektors
$I'_i$	$\text{W m}^{-1}$	$i$ -te Komponente des Schalen-STI-Vektors
$I''_i$	W	$i$ -te Komponente des Balken-STI-Vektors
$i$	-	imaginäre Einheit mit $i^2 = -1$
$k$	$\text{N m}^{-1}$	Federsteifigkeit
$l_i$	m	Kantenlänge in $i$ -Richtung
$M$	-	Zielfunktion der numerischen Optimierung
$M_i$	N	auf die Breite bezogene Schnittmomente der Schale
$M_i$	N m	Schnittmomente des Balkens
$m$	kg	Masse
$N_i$	$\text{N m}^{-1}$	auf die Breite bezogene In-plane-Schnittkräfte der Schale
$N_i$	N	Normalkraft des Stabes
$\mathbf{n}$	-	Normaleneinheitsvektor
$Oop_{\%}$	%	Out-of-plane-Anteil der STI der Platte
$P$	W	Leistung
$P_{\text{Fehler}}$	%	Fehlerschwelle bei Konvergenz der STI der Platte
$P_{\text{diss}}$	W	Dissipationsleistung
$P_{\text{zu}}$	W	Eingangsleistung
$P_{\%}$	%	Bewertungsgröße bei Konvergenz der STI der Platte
$Q_i$	$\text{N m}^{-1}$	auf die Breite bezogene Out-of-plane-Schnittkräfte der Schale
$Q_i$	N	Querkräfte des Balkens
$\mathbf{r}$	m	Ortsvektor
$\mathbf{S}$	$\text{N m}^{-2}$	Spannungstensor
$S$	m	Strecke
$Sh_T^2$	$\text{m}^4 \text{s}^{-2} \text{N}^{-2}$	Körperschallfunktion
$s_x$	-	Standardabweichung der Größe $x$
$T_{\%,k}$	%	$k$ -te Fehlergröße der STI beim Einschwingvorgang
$t$	s	Zeit

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$\mathbf{u}$	m	Verschiebungsvektor
$u_i$	m	$i$ -te Komponente des Verschiebungsvektors
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$\underline{V}_m$	$\text{m s}^{-1}$	Entwicklungskoeffizienten der Balkenschnelle
$\underline{V}_{mn}$	$\text{m s}^{-1}$	Entwicklungskoeffizienten der Plattenschnelle
$\mathbf{v}$	$\text{m s}^{-1}$	Schnellevektor
$v_i$	$\text{m s}^{-1}$	$i$ -te Komponente des Schnellevektors
$v_\perp$	$\text{m s}^{-1}$	Oberflächenschnelle in Normalenrichtung zur Fläche
$\underline{W}_m$	m	Entwicklungskoeffizienten der Balkenverschiebung
$\underline{W}_{mn}$	m	Entwicklungskoeffizienten der Plattenverschiebung
$Z_{\text{E,Fluid}}$	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	Schallkennimpedanz eines Fluids
$\underline{Z}_k$	$\text{N s m}^{-1} \text{rad}^{-1}$	Steifigkeitsimpedanz
$\underline{Z}_m$	$\text{kg rad s}^{-1}$	Massenimpedanz
$Z_\%$	%	mittlerer Anteil der STI in $z$ -Richtung der Platte

#### Griechische Buchstaben:

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$\alpha_m$	-	modaler Hilfskoeffizient der Rechteckplatte
$\alpha_r$	-	Reflexionsgrad
$\alpha_t$	-	Transmissionsgrad
$\beta_n$	-	modaler Hilfskoeffizient der Rechteckplatte
$\gamma$	rad	Phasenwinkel einer harmonischen Schwingung
$\Delta_\%$	%	mittlerer prozentualer Fehler der STI der Platte
$\delta$	-	Normierter Fehler der STI eines Balkens
$\varepsilon_i$	-	modale Dehnungen
$\eta$	-	Verlustfaktor
$\mu$	-	Querkontraktionszahl
$\zeta_{\text{total}}$	-	Steuerbarkeitsindex
$\pi$	-	Kreiszahl
$\pi_{\text{diss}}$	$\text{W m}^{-3}$	dissipierte Leistungsdichte
$\pi_{\text{zu}}$	$\text{W m}^{-3}$	zugeführte Leistungsdichte
$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	Dichte



Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$\sigma$	-	Abstrahlgrad
$\tau_{ij}$	$\text{N m}^{-2}$	$ij$ -te Komponente des Spannungstensors <b>S</b>
$\varphi_i$	rad	Rotationswinkel um $i$ -te Koordinatenachse
$\Phi_{mn}$	-	$mn$ -te Eigenfunktion der Rechteckplatte
$\Phi_m$	-	$m$ -te Eigenfunktion des Balkens
$\omega$	$\text{rad s}^{-1}$	Eigenkreisfrequenz
$\omega_{mn}$	$\text{rad s}^{-1}$	$mn$ -te Eigenkreisfrequenz der Rechteckplatte
$\omega_m$	$\text{rad s}^{-1}$	$m$ -te Eigenkreisfrequenz des Balkens

### Mathematische Operatoren und Indizes:

Formelzeichen	Beschreibung
$\bar{x}$	arithmetischer Mittelwert der Größe $x$
$\langle x \rangle$	zeitlicher Mittelwert der Größe $x$
$\underline{x}$	komplexe Größe $x$
$\underline{x}^*$	konjugiert komplexe Größe $x$
$x_{\text{RMS}}$	RMS-Wert der Größe $x$
$\nabla$	Nabla-Operator

---

# 1 Einleitung

---

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Verwendung der Strukturintensität zur maschinenakustischen Analyse und Gestaltung akustisch relevanter Strukturen und ermöglicht somit tiefere Einblicke in das weitgehend unerforschte Körperschalltransferverhalten. Hierfür werden in Abschnitt 1.1 zunächst die Hintergründe und die Notwendigkeit eines Verfahrens zur Erweiterung bisheriger Analysekonzepte beschrieben. Dem schließt sich in Abschnitt 1.2 erstmals ein ausführlicher Überblick bestehender Arbeiten zur Strukturintensität an. In Abschnitt 1.3 folgt schließlich eine inhaltliche Abgrenzung zu den bisherigen wissenschaftlichen Beiträgen. Zudem werden die Ziele der Arbeit konkretisiert.

---

## 1.1 Motivation

---

Von technischen Produkten verursachte Geräusche spielen für das Aufgabenfeld des Ingenieurs im Produktentwicklungsprozess eine immer größer werdende Rolle. Die Bestrebungen zur Veränderung oder Gestaltung von Maschinengeräuschen werden dabei im Wesentlichen von zwei Ausrichtungen mit unterschiedlichen Zielen getrieben.

Zum einen ist dies die Reduktion des abgestrahlten Fluidschalls<sup>1</sup> und der Lärmbelastung. Zwischen hohen Schallpegeln und Lärm muss formal unterschieden werden, da Lärm nicht per se mit dem Adjektiv „laut“ verknüpft ist. Die Einstufung eines Geräusches als Lärm erfolgt meist subjektiv. Dies hängt sowohl vom Hörempfinden jedes Individuums als auch von den aktuellen Rahmenbedingungen der Umwelt und dem psychischen Zustand ab. Unabhängig davon gelten Lärm und hohe Fluidschallpegel als Ursache von physischen und psychosomatischen Schädigungen sowie Krankheiten und werden in bestimmten Grenzen als eine Art der Umweltverschmutzung angesehen. Gesetzlich geregelte Obergrenzen für Schallimmissionen und eine durch technischen Fortschritt für Lärmreduktion sensibilisierte Bevölkerung führen dazu, dass die Betriebsgeräusche eines technischen Produkts über dessen Zulassung entscheiden können und/oder vom Kunden als Qualitätsmerkmal wahrgenommen werden.

Zum anderen gehört neben der reinen Reduktion der Schallpegel auch die Gestaltung der Geräusche zur Unterstützung der Funktionalität (Blinkergeräusche etc.) und als Unterschei-

---

<sup>1</sup> Als Fluidschall wird neben dem Schall in Flüssigkeiten (Wasser, Öl etc.) auch der Schall in Gasen bezeichnet. Eine Abgrenzung erfolgt somit lediglich zum Körperschall als Schall in Festkörpern.

---

dingsmerkmal zu Konkurrenzprodukten im Sinne eines „Markenklangs“ zu den Zielen der Produktentwicklung.

Einen Großteil der Fragestellungen der technischen Akustik und der Beeinflussung technischer Geräusche, z. B. für die akustische Produktentwicklung, bedient die Maschinenakustik als Teildisziplin des Maschinenbaus. Sie beinhaltet alle Theorien zur Entstehung und Beeinflussung von Geräuschen, deren Ursache Oberflächenschwingungen von technischen Strukturen sind. Sie grenzt sich somit zur Strömungsakustik ab, die sich unter anderem mit Geräuschen durch Turbulenzen an umströmten Bauteilen beschäftigt. Die Maschinenakustik betrachtet diejenigen Fälle, bei denen eine Maschine durch äußere oder innere Lasten zu Schwingungen erregt wird. Diese breiten sich in der Struktur aus und werden an ihrer Oberfläche als Fluidschall abgestrahlt. Die Maßnahmen zur Beeinflussung des abgestrahlten Schalls werden in die Kategorien der Primär- und Sekundärmaßnahmen eingeteilt. Sekundärmaßnahmen zielen auf die Reduzierung der Schallimmissionen ab. Mit ihnen versucht man, den einfallenden Luftschall durch den Einsatz von z. B. Absorbern und Kapseln zu bedämpfen oder zu dämmen. Auch Methoden der punktuellen Schallauslöschung durch Gegen-schall (Active Noise Control) zählen zu diesen Sekundärmaßnahmen, welche im Allgemeinen als weniger effektiv und vergleichsweise teuer gelten, da sie nachträgliche Kosten verursachen. Daher sollten die Primärmaßnahmen zur Verminderung der Schallemissionen einer Maschine stets vorrangig behandelt werden. Mit ihrer Hilfe lässt sich in der Theorie durch geschickte konstruktive Gestaltung und Wahl des Materials ein Produkt mit den gewünschten akustischen Eigenschaften entwickeln, ohne dabei im Idealfall nennenswerte zusätzliche Kosten zu verursachen. Ziel der Primärmaßnahmen ist eine Reduktion des abstrahlungsrelevanten Körperschalls durch Dämpfung, Dämmung oder seine gezielte Umleitung in für die Abstrahlung unkritische Bereiche.

Obwohl die Primärmaßnahmen in der Theorie Erfolg versprechender sind, basieren sie bis heute weitgehend auf empirischen Daten und Erfahrungswerten, wohingegen die Randbedingungen für die Sekundärmaßnahmen leichter handhabbar sind. Schließlich ist über das Fluidschallfeld deutlich mehr Wissen vorhanden als über das Körperschallfeld, da Messgrößen des Körperschallfeldes ausschließlich an der Oberfläche zugänglich sind, während das Fluid theoretisch beliebig genau vermessen werden kann. So sind körperschallseitig im Regelfall lediglich die Erregerkräfte bekannt oder messbar und die Abstrahlcharakteristik lässt sich experimentell ermitteln. Auch der Energietransport im Fluidschall lässt sich durch Messungen der

---

Schallintensität (SI) bestimmen, wohingegen die Pfade des Körperschalltransfers von der Anregung bis zur Abstrahlung weitgehend unbekannt und unerforscht sind. Eine mathematische Erklärung, warum eine Konstruktionsvariante eine bestimmte Abstrahlcharakteristik aufweist, kann bis dato nicht erfolgen. Von einer Schließung dieser Wissenslücke werden neue Erkenntnisse zur systematischen Auslegung der Primärmaßnahmen erwartet. Ein mögliches Werkzeug hierfür scheint die Strukturintensität (STI) zu sein, welche analog zur Fluidschallintensität (SI) den mechanischen Energiefluss im Festkörper beschreibt.

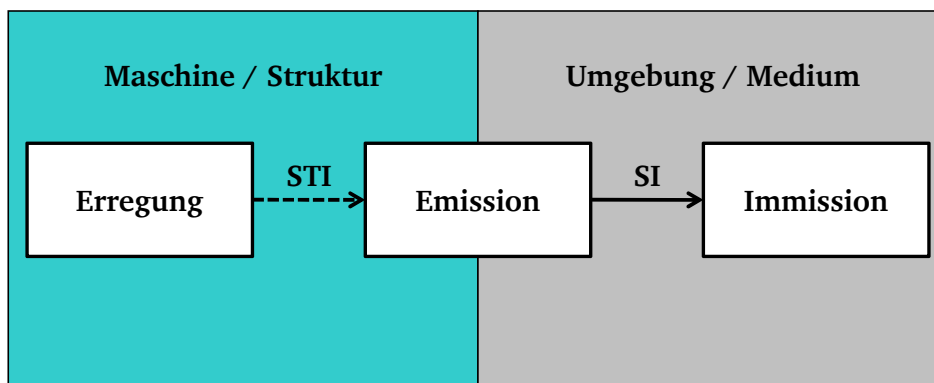


Abbildung 1-1: Blocksaltbild der Schallentstehung

Betrachtet man ein gekoppeltes System aus einer schwingenden Struktur mit umgebendem Medium (Fluid), so beschreibt die STI den bisher unbekannten Fluss der Schwingungsenergie von der Anregungsstelle durch den Festkörper. Dieser geht durch Schallabstrahlung an der Oberfläche (Emission) in die SI über, welche wiederum den mechanischen Energiefluss im Fluidschallfeld bis zur Einwirkung von Fluidschall am Beobachtungsort (Immission) beschreibt (Abbildung 1-1).

Die Strukturintensität könnte dank immer leistungsfähigerer Computertechnik auf Basis der Finiten-Elemente-Methode (FEM) wichtige Informationen über das Körperschallfeld liefern, welche über eine reine Beschreibung der Verteilungen der einzelnen Schwingungsamplituden weit hinausgehen. Eine Analyse der Körperschallpfade und ein daraus abgeleitetes Verständnis bezüglich ihrer Entstehung könnten die Fragen beantworten, warum unterschiedliche konstruktive Maßnahmen akustisch wirksam sind oder nicht und wo zusätzliche Dämpfungselemente sinnvoll zu applizieren sind. Ebenso könnte sie Erkenntnisse darüber liefern, ob und wie Körperschallenergie gezielt von kritischen Bereichen ferngehalten werden kann. Die vor-

---

liegende Arbeit thematisiert daher neben einigen theoretischen Überlegungen rund um die Strukturintensität ihre Anwendung auf klassische Fragestellungen der Maschinenakustik zur Auslegung von Primärmaßnahmen.

---

## 1.2 Stand der Forschung

---

Die Strukturintensität rückt in den 1970er und 1980er Jahren in das Blickfeld der Forschungsarbeiten zur technischen Akustik. Initiiert wird dies durch die Entwicklung der Verfahren zur messtechnischen Erfassung der Fluidschallintensität und den damit verbundenen Analysen der Energieflüsse in Fluidschallfeldern. Diese theoretischen und experimentellen Arbeiten ermöglichen es erstmals, Quellen im Fluidschallfeld zu detektieren und somit abstrahlungsrelevante Bereiche schwingender Strukturen zu identifizieren. Die ersten Arbeiten zur Strukturintensität zielen daher darauf ab, das Vorgehen aus dem Fluidschallfeld auf das Körperschallfeld zu übertragen und somit experimentell Energiequellen im Körperschallfeld zu lokalisieren. Da die experimentelle STI-Analyse mit der Herausforderung konfrontiert ist, Schwingungsgrößen im Inneren eines Festkörpers zu erfassen, entstehen einige theoretische Ansätze zur Herleitung dieser Größen aus Messwerten an den freien Oberflächen von Schalen und Balken. Weiter ist man bestrebt, die Analyse der STI als Ergänzung zur Methode der Statistischen Energieanalyse (SEA) zu etablieren und deren Schwachpunkte mit Hilfe der STI zu überwinden. Im Gegensatz zur SEA, die auf statistischen Methoden beruht und ein schwingfähiges System relativ grob in einzelne Subsysteme unterteilt, um den Energiefluss zwischen den Subsystemen zu berechnen, liefert die STI ein deterministisches Analyseverfahren, welches es in beliebig feiner Auflösung ermöglicht, Energieflüsse auch im Inneren von Subsystemen der SEA zu ermitteln. Vom Ziel der experimentellen STI-Analyse löst sich ab Mitte der 1990er Jahre ein Teil der Forschungsgemeinschaft und konzentriert sich auf Berechnungen der STI aus FE-Simulationen. Dies ermöglicht erstmals die Untersuchung der Energieflüsse in komplexeren realen Bauteilen. Von diesen Ansätzen erhofft man sich Erkenntnisse zur konstruktiven Gestaltung akustisch guter Strukturen. Schließlich entwickeln sich weitere Tendenzen zur aktiven Beeinflussung von Energieflüssen, zur Nutzung der STI-Größen zur Schadensdetektierung und zur numerischen Strukturoptimierung.

Erstmals beschäftigt sich NOISEUX [1] mit der Thematik der STI. Er leitet ein Näherungsverfahren zur messtechnischen Bestimmung des Energietransports durch Biegewellen in Platten und Balken über die Messung von Rotationsgeschwindigkeiten her. Dabei vernachlässigt er



---

den Schubanteil und die Rotationsträgheit. Aufgrund der starken Vereinfachungen gelten seine Ergebnisse jedoch nur im Körperschallfernfeld mit einem hinreichend großen Abstand zu Lagern, der Krafteinleitung und anderen Diskontinuitäten. Seine präsentierten Messergebnisse sind zwar aus heutiger Sicht wenig aussagekräftig, doch gilt NOISEUXs Ansatz als Grundlage und Anstoß für die folgenden Forschungsarbeiten. PAVIC [2], der bis in die Gegenwart immer wieder wichtige Beiträge zur Erforschung der STI liefert, formuliert erstmals eine analytische Gleichung für die STI der homogenen isotropen dünnen Platte unter Verwendung der KIRCHHOFFschen Plattentheorie nach CREMER [3]. Ausgehend von dieser Gleichung leitet er eine auf acht Messpunkten je Intensitätsvektor basierende Methode zur experimentellen Bestimmung der STI her (Acht-Aufnahmeverfahren). Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, dass es im Vergleich zu NOISEUXs [1] Beitrag uneingeschränkt auf der gesamten Platte gültig ist. Durch die größere Zahl an benötigten Messpunkten und Sensoren ist es jedoch anfälliger für Messfehler. Zudem müssen mittels finiter Differenzen die räumlichen Ableitungen dritter Ordnung der gemessenen Transversalbewegung bestimmt werden, was zu großen numerischen Fehlern führen kann.

GOYDER [4-6] präsentiert einen Ansatz zur Näherung des Energieflusses in aus Platten und Balken bestehenden Maschinenfundamenten. Dabei geht er allerdings von unendlich großen Platten und Balken aus und betrachtet diese aufgrund der nicht auftretenden Resonanzen als repräsentativ für reale Fundamente. Dies führt dazu, dass seine Näherung die STI im energetischen Mittel abschätzt, in Resonanzen jedoch keine hinreichend genauen Lösungen liefert. GOYDERs Arbeiten sind aber insofern bemerkenswert, weil sie einen ersten rechnerischen Ansatz für die STI komplexer Systeme liefern.

WILLIAMS [7] präsentiert ein experimentelles Verfahren, welches aus Schalldruckmessungen im Nahfeld der Platte (Nahfeldholografie) die Schnelle der Platte normal zur Oberfläche ermittelt und daraus über PAVICs [2] Acht-Aufnahmeverfahren die STI der Platte bestimmt. Dabei nutzt er statt finiter Differenzen zur Ermittlung der partiellen Ableitungen dritter Ordnung eine räumliche Fouriertransformation sowie eine Filterung im Wellenzahlspektrum ( $k$ -Filter). Dadurch wird das Verfahren im Vergleich zur Verwendung eines Differenzenquotienten für Ableitungen dritter Ordnung robuster gegen Rauscheinflüsse, die durch den Differenzenquotienten verstärkt werden. WILLIAMS verwendet bei seinen Experimenten mehrere Kraftrerger, die auch gleichzeitig betrieben werden. Hierbei zeigt er erstmals, dass eine zweite Kraftrerregung als Senke wirkt und die STI von der Quelle in die Senke verläuft. Ebenso

---

stellt er einen ersten Vergleich der STI zur Normalenkomponente der SI her und belegt, dass die Betrachtung der SI normal zur Oberfläche im Nahfeld der Platte ungeeignet ist, um Quellen im Körperschallfeld zu detektieren. Beim Vergleich der STI und der SI geht PIAUD [8] noch einen Schritt weiter. Er geht wie NOISEUX [1] von einer unendlich großen Platte aus, was er im Experiment durch eine Lagerung der Plattenränder in Sand realisiert. Er zeigt, dass die SI bei Vernachlässigung der Normalenkomponente unmittelbar über der Platte den gleichen Verlauf aufweist wie die STI.

PAVIC [9] beschäftigt sich mit der physikalischen Interpretation der reaktiven STI und kommt zu dem Schluss, dass sie nicht den reversiblen Anteil des mechanischen Energieflusses widerspiegelt. Er begründet dies unter anderem damit, dass reversible Energie nicht fließt und sie damit keine Richtungsinformation enthalten kann, wie dies bei der vektoriellen Größe der reaktiven STI der Fall ist. Weiter führt er den Begriff der Oberflächenintensität ein und argumentiert, dass die STI an der freien Oberfläche von dünnen Schalen repräsentativ für den Verlauf innerhalb der Struktur ist. Darüber hinaus präsentiert er ein Messverfahren zur Bestimmung der Oberflächenintensität, wobei unter Verwendung von Dehnmessstreifen auch der Energiefluss aus In-plane-Wellen erfasst wird.

HAMBRIC [10, 11] stellt die notwendigen Gleichungen auf, um die STI für Balken und dünne Schalen mit Hilfe eines FEM-Programms (in diesem Fall *NASTRAN*) zu berechnen. Darauf aufbauend analysiert er ein Tragwerk aus drei Balken sowie eine mit zwei Balken in Längsrichtung versteifte Rechteckplatte. Die Modelle sind jeweils an einem Ende mit Federn und Dämpfern gelagert und beinhalten Materialdämpfung. HAMBRIC stellt dabei zum einen die Eingangsleistung an der Krafterregung und die Ausgangsleistung an den Lagern gegenüber und ermittelt somit die in der Platte durch Materialdämpfung dissipierte Energiemenge bis 250 Hz. Zum anderen zeigt er erstmals einen Vektorplot der STI bei harmonischer Krafterregung, aus welchem ersichtlich wird, dass die Energie gebündelt entlang der Versteifung durch die Balken fließt. In seinem zweiten Beitrag vergleicht HAMBRIC die aus FE-Simulationen und aus Messungen ermittelte STI eines Balkens. Der Balken ist dabei an einem Ende eingespannt und wird am freien Ende mit einem Shaker harmonisch erregt. Zur experimentellen Bestimmung der STI werden drei Beschleunigungsaufnehmer verwendet, die Anschlussimpedanzen der Einspannung werden experimentell ermittelt und für das FE-Modell als Randbedingungen verwendet. Die Ergebnisse der beiden Experimente gleichen sich zwar qualitativ, jedoch gibt

---

es quantitative Abweichungen. Diese führt HAMBRIC auf den Einfluss der Beschleunigungsaufnehmer und Fehler bei der numerischen Abbildung der Randbedingungen zurück.

PAN [12] untersucht die Möglichkeiten zur aktiven Beeinflussung des Energieflusses in Balken. Er beschränkt sich dabei auf das physikalische System und lässt den Einfluss der Regelalgorithmen unberücksichtigt. PAN zeigt, dass je nach Realisierung der Kontrollkraft durch den Aktor mehrere Wellenarten angeregt werden können. In solchen Fällen wird dann zur Unterdrückung des Energieflusses je ein Aktor für jede Wellenart benötigt.

Einen alternativen Ansatz zur Herleitung der STI über den aus der Elektrotechnik bekannten POYNTING-Vektor beschreibt ROMANO [13]. Ausgehend von der Elastizitätstheorie im dreidimensionalen Fall leitet er die STI für dünne Schalen her. Seine Formulierung der STI deckt sich dabei mit den von NOISEUX [1] und PAVIC [2] aufgestellten Gleichungen über die Schnittgrößen (Kräfte und Momente), enthält allerdings erstmalig den Anteil der In-plane-Wellen. Neben dieser Formulierung unter Annahme der KIRCHHOFFschen Plattentheorie stellt er auch eine allgemeine Gleichung der STI für die Berücksichtigung des Schubanteils normal zur Platte (MINDLINSche Plattentheorie) auf. Weiter wird eine auf der Divergenz der STI basierende Methode zur Lokalisierung von Körperschallquellen vorgestellt. Analog dazu leitet WILLIAMS [14] die STI über die Elastizitätstheorie und die Energiedichte für zylindrische Schalen her. Er untersucht erstmals ein numerisches Modell, in diesem Fall ein Rohr mit eingeschlossenem Fluid. Dabei betrachtet er unter anderem die Divergenz der STI auf der Oberfläche des Rohres und zeigt, dass aus der Divergenz der STI im eingeschwungenen Zustand bei fehlender Strukturdämpfung direkt auf den Normalenanteil der SI auf der Zylinderfläche (Fluidschallabstrahlung) geschlossen werden kann.

GAVRIC [15] beschäftigt sich ebenfalls mit der Berechnung der STI für Balken und dünne Schalen aus FE-Daten und formuliert dabei den gleichen Ansatz wie HAMBRIC [10]. Er betrachtet eine ungedämpfte Platte mit einer harmonischen Krafterregung sowie einem diskreten Dämpfer. Darüber hinaus zeigt er anhand eines Vergleichs der beiden Ringintegrale um die Anregung und den Dämpfer zur Bestimmung der Eingangs- und Ausgangsleistung, dass die Konvergenz bei der Methode der modalen Superposition im Hinblick auf die STI verglichen mit einer reinen Betrachtung der Verschiebungsgrößen sehr gering ist.

---

MCDEVITT [16, 17], greift die auf zwei Messpunkten basierenden Methoden nach NOISEUX [1] und PAVIC [2] zur experimentellen Bestimmung der STI eines Balkens für Biegewellen und Longitudinalwellen auf und vergleicht diese mit zwei weiteren Verfahren basierend auf den stehenden Wellen und der Energieverteilung. Für seine Messungen verwendet er dabei ein zweikanaliges Laser-Doppler-Vibrometer (LDV), um berührungslos messen und so den Masseeinfluss herkömmlicher Aufnehmer eliminieren zu können. Er untersucht einen einseitig eingespannten Aluminiumbalken, der am freien Ende mit einem Shaker erregt wird. Seine Ergebnisse zeigen besonders für den Fall der Biegewellen sehr gute Übereinstimmungen der drei verwendeten Verfahren. Auch bei den Longitudinalwellen liefern sie vergleichbare Ergebnisse bei jedoch größerer Streuung. PASCAL [18] schlägt erstmals vor, WILLIAMS' [7] Ansatz über die räumliche Fouriertransformation mit einer Messung des Körperschallfeldes mittels eines LDVs zu kombinieren. Dadurch lassen sich einerseits die Fehler der finiten Differenzen zur Näherung der höheren Ableitungen und andererseits Fehler der Nahfeldholografie bei der berührungslosen Messung des Körperschallfeldes ausschließen.

MAYSENHÖLDER [19] gibt einen umfassenden Überblick zur Theorie der messtechnischen Bestimmung und analytischen Berechnung der STI für unterschiedliche akademische Beispiele. Hierbei berücksichtigt er auch inhomogene und anisotrope Materialien sowie unterschiedliche Wellenarten.

Die Entstehung von Wirbeln im Verlauf der STI beschreibt erstmals TANAKA [20-22]. Er bestimmt ausgehend von der analytischen Lösung der Bewegungsgleichung der ungedämpften, einfach gestützten Rechteckplatte die STI nach den von NOISEUX [1] und PAVIC [2] entwickelten Gleichungen. Dabei betrachtet er ein Modell mit zwei gleichfrequenten Erregerkräften, deren Phase so eingestellt ist, dass die zweite Kraft als Kontrollkraft einer Gegensteuerung (Senke) wirkt. Ebenso berechnet er analytisch die SI an der Plattenoberfläche. Die analytischen Ergebnisse gleicht er mit einem realen Experiment ab. TANAKA belegt, dass für höhere Moden der Energiefluss von der Quelle zur Senke keinesfalls auf direktem Weg erfolgt. Je nach Schwingform treten Verzweigungen und Verwirbelungen auf. Als Ursache für diese Wirbel macht TANAKA das Zusammenwirken verschiedener Eigenmoden an der Betriebsschwingform aus. So entstehen Wirbel, wenn zwei Eigenmoden einen ähnlichen energetischen Beitrag zur Betriebsschwingung beisteuern und sich ihre Schwingungsberge und -täler in einem ganz bestimmten Muster überlagern. Beim Vergleich der STI und der SI an der Plattenoberfläche stellt TANAKA fest, dass ein direkter Schluss aus der STI auf den Normalenanteil der SI nicht

---

immer möglich ist. Die Anteile der SI parallel zur Plattenoberfläche zeigen jedoch die gleichen Verläufe wie die STI. Aufbauend auf der Untersuchung der Entstehungsmechanismen von Wirbeln zeigt TANAKA eine Methode zur Erzeugung eines Wirbels mit Hilfe von vier elektromagnetischen Shakern. Schließlich leitet er für die Wirbelentstehung analog zur Strömungsmechanik eine Stromlinienfunktion und eine Wirbelfunktion her.

SCHWENK [23] untersucht in einem Experiment die aktive Regelung der STI in einem Stahlbalken. Zur Bestimmung der STI als Regelgröße verwendet er ein Array aus fünf eindimensionalen Beschleunigungsaufnehmern und ermittelt die STI mittels Differenzenquotienten. Er vergleicht die Ergebnisse unterschiedlicher STI-Regelalgorithmen mit einer Regelung der Beschleunigung. Dabei kommt er zu dem Schluss, dass bei der verwendeten Methode die Regelung der Beschleunigung besser geeignet ist, um die Schwingungsamplituden des Balkens zu minimieren. Er begründet dies damit, dass eine unmittelbare Regelung der STI durch eine Verstärkung des Rauschens im Zuge der Verwendung finiter Differenzen zum Ermitteln der räumlichen Ableitungen nachteilig beeinflusst wird.

BOUTHIER [24, 25] untersucht analytisch und numerisch die STI und die Energiedichte von Membranen und Platten und integriert die STI in die Energiebilanzen der beiden Modelle. Weiterhin entwickelt er die Formulierung eines räumlich geglätteten Energieflusses und einer räumlich geglätteten Energiedichte. Die Analyse der geglätteten Größen wird für hochfrequente Signale empfohlen, bei denen es im Energiefluss viele lokale Verästelungen gibt. Durch Verwendung der Glättung werden die globalen Energiepfade deutlicher erkennbar. BOUTHIER sieht dieses Vorgehen als Brücke zwischen der klassischen Analyse der STI, bei welcher der Energiefluss deterministisch lokal aufgelöst wird, und der SEA, bei welcher der Energiefluss zwischen einzelnen Subsystemen statistisch beschrieben wird.

Mit der Wechselwirkung von STI und Dämpfungsbelägen beschäftigt sich SPALDING [26]. Er ermittelt die STI experimentell nach PAVIC [2] und WILLIAMS [7] mittels Wellenzahlspektrum und vergleicht die Ergebnisse unterschiedlicher Aluminiumplatten mit und ohne Dämpfungsbeläge. Er kommt zu dem Schluss, dass das Applizieren der Beläge besonders in Regionen der Platte mit einer großen reaktiven STI des Querkraftanteils zu einer globalen Änderung der Oberflächenschnelle führt.

---

CREMER [27] verwendet erstmals in der zweiten Auflage seines Standardwerks den Begriff der Körperschallintensität. Er beschreibt ausführlich die analytische Berechnung der STI in dünnen Platten und Zylinderschalen nach PAVIC [2] sowie die Möglichkeit der messtechnischen Ermittlung der STI durch das Verfahren mit zwei Beschleunigungsaufnehmern nach NOISEUX [1] und PAVIC [2].

MORIKAWA [28] untersucht die Fehlereinflüsse bei der Messung der STI unter Verwendung der räumlichen Fouriertransformation nach PAVIC [2] und WILLIAMS [7]. Er führt seine Studien in numerischen Experimenten an einer Platte und in Messungen mit einem LDV an einem Balken durch. Er definiert eine optimale Filterbreite für die Filterung im Wellenzahlspektrum und zeigt, dass die Messgenauigkeit unabhängig von der Dichte der Messpunkte ist, wenn das NYQUIST-Kriterium erfüllt ist und Aliasingeffekte ausgeschlossen werden können. Eine größere Dichte der Messpunkte ist allerdings nötig, um die Pfade des Energieflusses aufzulösen. PASCAL [29] präsentiert ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung der STI auf Basis der holografischen Interferometrie. Mit dieser bestimmt er die nötigen Größen, um ebenfalls mit einer räumlichen Fouriertransformation die partiellen Ableitungen des Körperschallfeldes für die STI-Berechnung zu bestimmen.

Einen weiteren theoretischen und experimentellen Beitrag zur Bestimmung der STI von Platten und zur Lokalisierung von Energiequellen liefert ZHANG [30, 31]. Er vergleicht zunächst die Gleichungen der STI nach PAVIC [2] und ROMANO [13]. Dabei verwendet er ROMANOS allgemeinen Ansatz inklusive Schubverformung (MINDLIN) und vergleicht diesen mit PAVICs Ansatz nach KIRCHHOFF für eine Erregerfrequenz von 250 Hz. Für den betrachteten Fall ergeben sich nach ZHANG nur geringe Abweichungen der beiden Ansätze von unter einem Prozent im Bereich der Plattenränder und in der Nähe der Krafteinleitung. Weiter entwickelt ZHANG eine Methode zur Lokalisierung der Quellen im Körperschallfeld auf Basis der Kraftverteilung. Die nötigen partiellen Ableitungen bestimmt ZHANG wie WILLIAMS [7] über die räumliche Fouriertransformation. Für den experimentellen Teil wird schließlich PAVICs Ansatz verwendet. Abschließend untersucht ZHANG den Fehlereinfluss der Fensterung und Filterung der Messsignale. Für die Fensterung beschreibt er eine Methode zur Kompensation des entstehenden Messfehlers. Der Fehler durch die Filterung, welcher die Lokalisierung der Quellen nicht beeinflusst, jedoch absolut gesehen zu fehlerhaften Kraftamplituden führt, kann nicht kompensiert werden. Später untersucht ZHANG im Experiment eine Platte mit Rippe, eine Platte mit Dämpfungsbelag und eine Platte mit zwei Erregerkräften. Als Sensor verwendet er ein LDV.

---

Im Vergleich zu seinen analytischen Ergebnissen lässt sich für diese drei Experimente die Quelle allerdings nur mit Hilfe der Kraftverteilung ermitteln. Seine gemessene STI liefert hierzu keine eindeutigen Ergebnisse.

GAVRIC [32] beschreibt ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung der STI auf Basis modaler Parameter. Der Vorteil seines Modells besteht darin, dass es unabhängig von Nahfeldeinflüssen an Rändern und Diskontinuitäten für beliebige flächige Strukturen anwendbar ist. Im konkreten Beispiel untersucht er ein System aus zwei unterschiedlich dicken Platten mit einem Rechteckausschnitt bei Punkterregung mittels Shaker. Er zeigt, dass die so ermittelte STI und ihre Divergenz eindeutig die Quelle und die Eingangsleistung wiedergeben.

LE BOT [33] entwickelt ein analytisches Modell für die STI von gekrümmten Balken, welches Biege- und Longitudinalwellen berücksichtigt. Ausgehend von den kinematischen Beziehungen des gekrümmten Balkens leitet er die STI über die Energiebilanz und die Verteilung der Energiedichte im Balken her. Demnach ist die STI proportional zur ersten räumlichen Ableitung der totalen Energiedichte.

MING [34] untersucht den Einfluss von Fehlern bei den von NOISEUX [1] und PAVIC [2] entwickelten Messverfahren für die STI von Balken. Er zeigt, dass im Falle des Zwei-Aufnehmerverfahrens die Vernachlässigung des Schubs und der Rotationsträgheit nach EULER-BERNOULLI erwartungsgemäß zu einem systematischen Fehler führt, der mit steigender Frequenz zunimmt. Zusätzlich definiert er eine Grenzfrequenz, oberhalb derer eine Verwendung des Zwei-Aufnehmerverfahrens nicht mehr möglich ist. Bei der Verwendung eines biaxialen Beschleunigungsaufnehmers oder des Zwei-Aufnehmerverfahrens kommt es zu systematischen Messfehlern, wenn zusätzlich zu den BiegeWellen kohärente Longitudinalwellen auftreten. Der Fehler ist dabei umso größer, je größer die Kohärenz und der energetische Anteil der Longitudinalwellen sind. Aufbauend darauf vergleicht MING [35] die beiden Messverfahren mit einem Prognoseverfahren zur Bestimmung der für die Methode der SEA benötigten Kopplungsverluste zwischen zwei Balken. Er kommt zu dem Schluss, dass der Einfluss des Messfehlers abnimmt, je größer die modale Dichte des Empfängerbalkens im Vergleich zu derjenigen des Quellbalkens ist.

MEUDT [36] gibt eine explizite analytische Lösung der STI nach CREMER [27] und PAVIC [2] für den Fall der gestützten Rechteckplatte nach KIRCHHOFF an. Zudem analysiert er die Messver-



---

fahren mit zwei und acht Beschleunigungsaufnehmern nach NOISEUX [1] und PAVIC [2]. Er führt eine Fehlerabschätzung für die Differenzenquotienten und mögliche Phasenfehler durch. Daraus leitet er für die beiden Verfahren einen frequenzabhängigen optimalen Aufnehmerabstand her. Darauf aufbauend vergleicht MEUDT die beiden Methoden im Experiment anhand einer allseitig in Sand gelagerten Rechteckplatte und bewertet abschließend das Zwei-Aufnahmerverfahren durch Vergleich mit der analytischen Berechnung der STI. Er kommt dabei analog zu NOISEUX [1] zu dem Schluss, dass das Verfahren in der Nähe von Rändern und Diskontinuitäten fehlerhaft ist. Zu diesen wird ein Abstand von mindestens einer halben Biegewellenlänge benötigt, um belastbare Ergebnisse zu erhalten. Dies führt dazu, dass besonders bei tiefen Frequenzen Abweichungen zu erwarten sind. Bei den durchgeführten Experimenten zeigt sich, dass für den vorliegenden Fall das Messverfahren mit zwei Aufnehmern die STI im tieffrequenten Bereich generell unterschätzt. Im nächsten Schritt verwendet MEUDT das Zwei-Aufnahmeverfahren, um die STI eines Stahlkastens zu bestimmen. Die Ergebnisse vergleicht er mit numerischen Simulationen und findet bei einem sehr groben Messraster eine gute qualitative Übereinstimmung der Ergebnisse, so dass die Messungen zur Identifikation der Körperschallpfade, nicht aber zum Messen der absoluten Energieflüsse geeignet sind. Weiterhin beschreibt er unter Verwendung von FE-Simulationsdaten die STI von verrippten Platten, Platten mit Absätzen und Platten mit Sperrmassen. Abschließend zeigt MEUDT anhand eines FE-Modells eines Elektromotors auf einem Trägerrahmen den Effekt der Körperschallentkopplung im Energiefluss. Wenn der Motor starr an den Rahmen angebunden ist, erkennt man anhand der STI deutlich einen Energieeintrag in den Rahmen. Bei der Verwendung von Abkoppellementen wird der Energieeintrag in den Trägerrahmen weitgehend unterdrückt.

ROOK [37] berechnet die STI für Schalen aus FE-Simulationsdaten. Hierfür stellt er Berechnungsgleichungen analog zu GAVRIC [15] auf, verwendet aber nicht direkt die Kraft- und Momentenverläufe, sondern ermittelt das Integral der STI über die Schalendicke aus den Spannungen und Dehnungen. Darüber hinaus definiert ROOK die Dissipationsdichte als räumliches Integral der Divergenz der STI und berechnet auch diese Größe aus den FE-Daten. Als Untersuchungsobjekt verwendet er eine eingespannte Platte, in deren Mitte ein Balken mit einem Kugellager befestigt ist. Die Senke modelliert er dabei sowohl als Materialdämpfung als auch mittels einer zweiten Erregerkraft und betrachtet schließlich den Energiefluss vom Balken in die Platte für eine ausgewählte Frequenz.



---

AUDRAIN [38] verwendet einen LMS-Algorithmus zur aktiven Regelung des Energieflusses in einem Balken. Der Balken wird mittels Shaker punkterregt und über zwei Piezopatches geregelt. Als Sensoren werden fünf Beschleunigungsaufnehmer zur Bestimmung der STI an einem Kontrollpunkt verwendet. Erste numerische Simulationen zeigen, dass die Regelung der STI anstatt der Beschleunigung Vorteile mit sich bringt, da z. B. die Leistungsfähigkeit des Systems unabhängig vom Ort des Sensors ist. Dieses numerische Ergebnis bestätigt AUDRAIN auch im realen Experiment, wobei die Performance der Regelung umso besser ist, je näher sich das Sensorarray am Kontrollaktor befindet. HOWARD [39] beschreibt eine aktive Regelung der Schwingungen eines Balkens auf Basis der STI. Aus den gemessenen Kräften und Schwinggeschwindigkeiten ermittelt er eine Regelgröße, die proportional zum aktiven Energiefluss im Balken ist. Im Experiment verwendet er einen LMS-Regelalgorithmus und erzielt vergleichbare Ergebnisse wie bei einer Regelung der Beschleunigung oder der Geschwindigkeit. Der adaptive Regler erweist sich in seinem Fall jedoch als instabil.

LI [40] verwendet ebenfalls GAVRICs [15] Formulierung der STI für Schalenelemente und berechnet diese aus FE-Simulationsdaten (ANSYS). Er untersucht eine ungedämpfte Platte mit punktueller Krafterregung und einem diskreten Dämpfer, sowie eine gedämpfte Platte bei Erregung mittels Punkt- sowie Flächenkraft. Ergänzend leitet er einen Ansatz zur Berechnung der Admittanz aus der STI her und vergleicht diesen mit der analytischen Berechnung. Aus der weitgehend guten Übereinstimmung seiner Ergebnisse nach den beiden Methoden schließt LI, dass die Admittanz realer Bauteile aus der messtechnischen Bestimmung der STI ermittelt werden kann. SZWERC [41] stellt ein alternatives Verfahren zur messtechnischen Bestimmung der STI in Balken auf, das Biege- und Longitudinalwellen berücksichtigt. Er stellt heraus, dass eine Vernachlässigung der Longitudinalwellen in zusammengesetzten Strukturen fragwürdig ist, da an Koppelstellen Transversal- und Longitudinalwellen ineinander übergehen können. Als Versuchsobjekte verwendet er einen Balken sowie zwei Balken, die im T-Stoß verbunden sind. Er vergleicht seine Messergebnisse mit FE-Simulationen, wobei er HAMBRICS [10] FE-Code verwendet, und weist eine gute Übereinstimmung für beide Experimente nach.

PARK [42] leitet von den Bewegungsgleichungen der In-plane-Schwingungen der Platte eine analytische Lösung für die STI der In-plane-Wellen her. Er kombiniert seine Lösung mit der für Biegewellen nach BOUTHIER [25] und berechnet dann den Energiefluss in gekoppelten Plattenstrukturen. Als Studienobjekt verwendet er eine geknickte Platte und eine Platte mit

---

einem Absatz. Angeregt werden die Teststrukturen jeweils mit einer Punktkraft orthogonal zum jeweiligen Plattenbereich.

MANDAL [43, 44] greift die Messverfahren zur Bestimmung der STI von Platten mit zwei und acht Beschleunigungsaufnehmern nach NOISEUX [1] und PAVIC [2] erneut auf und adaptiert diese für den Fall von orthotropen Platten mit unterschiedlichen Biegesteifigkeiten in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Einen weiteren experimentellen Beitrag liefert NEJADE [45]. Er verwendet wie WILLIAMS [7] die räumliche Fouriertransformation und PAVICs [2] Formulierung der STI bei Vernachlässigung der In-plane-Wellen. Neben der Wahl einer geeigneten Filterung betrachtet NEJADE getrennt den Beitrag von Querkraft, Biege- und Torsionsmoment zu aktiven und reaktiven Intensitäten. Er stellt fest, dass es große Ähnlichkeiten der reaktiven STI aus Querkraft und Biegemoment zur Schwingform gibt und leitet daraus ab, dass eine Betrachtung des Energieflusses (aktive STI) nicht auf Schwingungsamplituden schließen lässt, da diese als stehende Wellen in die reaktive STI einfließen. Umgekehrt lässt sich aus einer reinen Betrachtung der Schwingungsamplituden nicht auf den Fluss der Energie (aktive STI) schließen. Das Verfahren mit zwei Aufnehmern wendet MANDAL [46] schließlich an, um eine isotrope Platte mit einer Platte mit Sicke zu vergleichen. Er stellt dabei den Energietransport von einer Plattenhälfte zur anderen für die beiden Platten quantitativ gegenüber und zeigt, dass in dem von ihm betrachteten Fall die Sicke im untersuchten Frequenzbereich eine ausgeprägte Dämmwirkung aufweist.

WANG [47, 48] stellt ein analytisches Modell einer L-förmigen Plattenstruktur auf, bei dem an der Verbindungsstelle der beiden Plattenteile die In-plane-Bewegungen des einen Plattenteils mit den Out-of-plane-Bewegungen des anderen Plattenteils gekoppelt sind. Ausgehend von den Lösungen der aufgestellten Bewegungsgleichungen berechnet er schließlich die STI der beiden Subsysteme und analysiert den Energietransport vom einen Plattenteil mit der Punkterregung in den angekoppelten Plattenteil. Die Dämpfung wird dabei als Materialdämpfung angenommen. Analog dazu stellt er ein Gleichungssystem für die STI einer Platte, die um ihre lange Achse von einem Zylinder eingefasst ist, auf.

Ein analytisches Modell der STI aus Biegewellen im Fernfeld von orthotropen Platten entwickelt PARK [49]. Er leitet seine Gleichung der STI über eine Energiebilanz der orthotropen Platte her und gleicht seine Näherung der STI und der Energiedichte analog zu BOUTHIER [24, 25] mit numerischen Simulationsergebnissen ab.

---

SEO [50] analysiert numerische Modelle von durch Balken verstärkten Platten. Dabei vergleicht er die Verteilung der STI und der Energiedichte. Hierbei zeigt sich, dass beide Größen die Dämmwirkung der Balken auf die Ausbreitung des Körperschalls korrekt wiedergeben.

KESSISOGLU [51] berechnet analytisch die STI einer L-Platte (zwei an den Kanten rechtwinklig verbundene Teilplatten). Sie berücksichtigt sowohl In-plane- als auch Out-of-plane-Anteile und zeigt, dass für den betrachteten Fall der In-plane-Anteil zu hohen Frequenzen hin überwiegt. Darauf aufbauend betrachtet sie ein System aus fünf rechtwinklig verbundenen Aluminiumplatten. Sie kommt zu dem Schluss, dass der In-plane-Anteil umso größer ist, je höher die Erregerfrequenz ist und je mehr rechtwinklige Koppelstellen und Übergänge der einen in die andere Wellenart zwischen der Erregung und dem Beobachtungspunkt liegen.

KHUN [52] untersucht in numerischen Experimenten unter Verwendung von *Abaqus* den Einfluss von unterschiedlichen Kombinationen aus diskreten Dämpfern auf einer Platte. Hierfür nutzt er GAVRICS [15] FEM-Ansatz unter Verwendung einer Platte mit gleicher Geometrie und Materialeigenschaften. Er variiert Anzahl, Anbringungsort und Dämpfungswert der Dämpfer und weist nach, dass bei gleichen Dämpfungskonstanten die Dämpfer gleiche Mengen an Energie dissipieren und auch alle Dämpfer im Verlauf der STI über der Platte als Senke sichtbar sind. Wenn zwei Dämpfer unterschiedliche Dämpfungswerte aufweisen, so dominiert der stärkere Dämpfer deutlich den Verlauf der STI. Dieses Phänomen ist umso ausgeprägter, je näher der stärkere Dämpfer im Energiepfad an der Quelle liegt als der schwächere Dämpfer. Eine erste gründliche numerische Analyse der STI im Zeitbereich führt LIU [53] durch. Er betrachtet unterschiedliche Stahlplattenkonfigurationen mit und ohne diskrete Dämpfer, welche durch den Stoß einer Stahlkugel mit geringer Aufprallgeschwindigkeit zu Schwingungen erregt werden. Hierbei widmet er sich nicht nur erstmals dem Energiefluss transienter Signale im Zeitbereich, sondern auch der Berücksichtigung von Nichtlinearitäten. Er analysiert für die unterschiedlichen Beispiele sowohl die STI selbst, als auch die Stromliniendarstellung der STI im Zeitbereich. Es wird deutlich, dass durch die Reflexion der Wellen an Rändern und Diskontinuitäten kurzzeitige Scheinquellen in der STI erkennbar werden, welche erst durch zeitliche Mittelung über ein größeres Zeitfenster verschwinden.

Die Verteilung und den Fluss der Körperschallenergie (STI) sowie den allgemeinen Einfluss von Dämpfung auf diese beiden Größen untersucht PAVIC [54-56]. Er zeigt, dass die mittlere lokale Divergenz der STI proportional zum Produkt des Verlustfaktors und der potenziellen

---

Energie ist. Ebenso argumentiert er, dass äußere Verluste durch z. B. Schallabstrahlung ins umgebende Medium mit der kinetischen Energie und innere Verluste dagegen mit der potenziellen Energie verknüpft sind. Weiter zeigt er, dass im Fall von isotropen Werkstoffen die Eingangsleistung proportional zum Produkt des Verlustfaktors und der globalen potenziellen Energie ist. Er schlägt vor, der Fehleranfälligkeit aller Messverfahren der STI die Nutzung der Proportionalität der Divergenz der STI zur potenziellen Energie entgegenzusetzen und statt der STI die potenzielle Energie zu messen. Von der gemessenen Energie lässt sich dann auf die Divergenz der STI und schließlich auf die STI selbst schließen. Weiter stellt PAVIC analytische Gleichungen für die Energiedichte und den Energiefluss von unendlichen, halbunendlichen und einseitig eingespannten endlichen Stäben auf. Bei seinen Analysen zeigt er, dass die Energiedichte des halbunendlichen Balkens derjenigen des endlichen Balkens im energetischen Mittel entspricht. Ebenso analysiert er Energieflüsse und -verteilungen eines Platten-Balken-Modells, bei dem ein Balken mit einer Platte im Bereich ihrer Mitte normal zur Plattenebene verbunden ist. Er weist quantitativ nach, dass eine Vernachlässigung der STI durch Axialkräfte im Balken zu fehlerhaften Energieflüssen in der Platte führt. Weiter beschreibt er, dass die Energieflüsse in den Subsystemen stark mit der Dämpfung variieren.

SALJOU [57] bestimmt die STI einer Platte wie WILLIAMS [7] über die akustische Nahfeldholografie und eine räumliche Fouriertransformation. Um auch Signale mit geringem Signal-Rausch-Abstand auswerten zu können, verwendet er einen modifizierten Filter zur Unterdrückung der Rauschverstärkung bei hohen Wellenzahlen und geringem Rauschabstand.

STEIN [58] berechnet die STI von Schalenelementen mit *Abaqus* und vergleicht die Ergebnisse mit der analytischen Lösung der gestützten Rechteckplatte. Er zerlegt die STI der Biegewellen in die einzelnen Kraft- sowie Momentenkomponenten und vergleicht deren Anteile an der Gesamtintensität. Er zeigt, dass bei den gegebenen Randbedingungen im tieffrequenten Bereich der Querkraftanteil die STI dominiert, wohingegen der Anteil des Torsionsmoments bis auf wenige Ausnahmen einen sehr geringen Einfluss hat. In weiteren Analysen widmet er sich wie KESSISOGLU [51] dem quantitativen Anteil der In-plane-Wellen an der Gesamtintensität und bestätigt deren Ergebnisse. Neben einigen Parameterstudien zu Platten mit Rippen und Querschnittsübergängen analog zu MEUDT [36] gibt er einen knappen Ausblick auf die STI volumiger Strukturen, indem er die STI der Platte mit Volumenelementen berechnet und in drei Ebenen in Dickenrichtung darstellt. Abschließend verbindet er zwei Platten mit einer Substruktur als Körperschallbrücke zur Ableitung der Körperschallenergie von einer Teilplatte

---

in die andere und wendet dieses Vorgehen auf das reale Beispiel der Oberschale eines Funkgerätes an. Somit lässt sich der Rückkopplung zwischen Mikrofon und Lautsprecher im Inneren des Gehäuses entgegenwirken.

XU [59, 60] betrachtet ein numerisches Plattenmodell mit Dämpfer und Rippe. Die Rippe ist dabei so angeordnet, dass sie entlang der Verbindungslinie zwischen Quelle und Senke verläuft. Durch Auswerten der numerischen Ringintegrale zur Berechnung der transportierten Energiemenge zeigt er, dass in dem betrachteten Fall der größere Teil der Energiemenge durch das jeweilige Subsystem mit der größeren (Biege-)Steifigkeit fließt. Weiter nutzt er für unterschiedliche Plattenkonfigurationen eine aus den diskreten Vektoren der STI berechnete Stromliniendarstellung, um somit auch den Verlauf der STI in Bereichen mit geringen Energieflüssen und folglich sehr kleinen Vektoren visualisieren zu können. Mit dem Einfluss von lokalen Inhomogenitäten durch Risse auf den Energiefluss in Platten beschäftigt sich erstmals LEE [61]. Er untersucht ein numerisches Modell einer Rechteckplatte mit einem kleinen Riss in der Plattenmitte bei monofrequenter Anregung und diskreter Dämpfung. Hierbei stellt sich heraus, dass bei dem betrachteten Fall der kleine Riss lokal stark begrenzte Auswirkungen auf den Energiefluss von der Quelle zur Senke hat. Der Einfluss des Risses ist kleiner, wenn der Riss längs zur Flussrichtung ausgerichtet ist.

MANDAL [62] präsentiert einen Ansatz zur messtechnischen Ermittlung der In-plane-Anteile der STI in verrippten Plattenstrukturen und verifiziert seine Messmethode anhand eines analytischen Modells. Er kommt bei seinen Analysen zu dem Schluss, dass der Steifigkeitssprung durch die Rippe nur im niederfrequenten Bereich geeignet ist, um den In-plane-Energiefluss zu unterdrücken.

ZHU [63, 64] analysiert den Einfluss von Rissen auf die STI in Balken und zylindrischen Schalen. Er betrachtet zwei entsprechende analytische Modelle eines TIMOSHENKO-Balkens mit Riss und einer unendlichen zylindrischen Schale mit einem Riss entlang des Umfangs. Zudem zeigt er, dass die STI stark vom Riss beeinflusst wird. Der Einfluss steigt mit der Frequenz und der Ristiefe an. Aus der STI lässt sich demnach im Umkehrschluss auch der Riss lokalisieren und seine Tiefe bestimmen.

YAN [65] wählt zur Beschreibung der STI in zylindrischen Schalen einen Ansatz unter Verwendung der Wellenausbreitung. Er betrachtet ein analytisches Modell einer unendlich lan-

---

gen zylindrischen Schale, die außen von einem Dämpfungsbelag umschlossen ist und untersucht die STI aus unterschiedlichen Wellenarten sowie die Eingangsleistung. YAN kommt zu dem Schluss, dass bei tiefen Frequenzen die Energie hauptsächlich von Axialkräften und Torsionsmomenten transportiert wird, während bei höheren Frequenzen Querkräfte und Biegemomente dominieren.

Ein analytisches Modell der STI für eine biegeschwingende MINDLIN-Platte stellt PARK [66] auf. Er entwickelt seine Lösung auf Basis der STI-Gleichung nach PAVIC [2] und der Bewegungsgleichungen der gedämpften biegeschwingenden MINDLIN-Platte. Dabei berücksichtigt er alle auftretenden Wellenarten sowie die Lösungen der STI im Nah- und Fernfeld der Platte. Schließlich vergleicht er für zwei exemplarische Erregerfrequenzen die STI und die Energiedichte, die aus den Bewegungsgleichungen sowie der STI der KIRCHHOFF- und MINDLIN-Platte gewonnen werden.

DALEY [67] entwickelt eine Methode zur Simulation der STI basierend auf zuvor ermittelten Übertragungsfunktionen. Somit lässt sich für jeden Punkt einer Struktur die STI in Abhängigkeit von der Anregung ermitteln. Die benötigten Übertragungsfunktionen können für akademische Strukturen analytisch berechnet oder für reale Strukturen aus einem FE-Modell ermittelt werden. Somit lassen sich im Gegensatz zur Berechnung der STI mit Hilfe der FEM auch Energieflüsse in Strukturen unter stochastischer Anregung ermitteln. DALEY zeigt dies am Beispiel einer Platte mit diskretem Dämpfer, die durch ein diffuses Luftschallfeld erregt wird.

Mit der Bündelung des Energieflusses entlang von Schweißnähten beschäftigt sich FAN [68]. In einem semianalytischen Ansatz untersucht er Schwingformen, bei denen der Energiefluss hauptsächlich innerhalb der Schweißnaht erfolgt. Er schlägt vor, dieses Phänomen hinsichtlich seiner Eignung zur zerstörungsfreien Materialprüfung von Schweißnähten einzusetzen.

LARSEN [69] liefert einen Ansatz zur numerischen Strukturoptimierung auf Basis der STI. Als Zielfunktion verwendet er dabei den zu maximierenden Energietransport entlang eines Pfades auf der Platte. Er definiert drei Pfade, so dass sich aus der Zielfunktion eine Zirkulation des Energietransports im Uhrzeigersinn auf der Platte einstellen soll. Designvariablen sind die verwendeten Materialien einzelner Plattenabschnitte, wobei zwei unterschiedliche Materialien zum Einsatz kommen. Als Ergebnis seiner Optimierung stellt sich zwar grob ein Energiefluss

---

entlang der definierten Pfade ein, jedoch existieren mehrere Nebenpfade innerhalb und außerhalb des zuvor definierten Kreises.

LI [70] untersucht die STI einer Platte mit Riss. Hierfür entwickelt er auf Basis der STI nach PAVIC [2] ein analytisches Modell einer Platte mit endlicher Breite und unendlicher Länge. Er untersucht sowohl die Eingangsleistung als auch den Transport innerhalb der Platte und zeigt, dass für diesen Fall oberhalb einer Grenzfrequenz die Hälfte des Energietransports durch den Anteil der STI aus der Querkraft erfolgt. Ebenso beschreibt er einen Ansatz, über den man analog zu ZHUS [63] Balken aus der STI auf Ort und Tiefe des Risses schließen kann. Eine Möglichkeit der Schadensdetektierung in Platten auf Basis der reaktiven Intensität wird von WONG [71] beschrieben. Er zeigt, dass sowohl die Energiedichte als auch die reaktive Intensität in Plattenbereichen mit Schäden zunehmen. Zur Analyse verwendet er dabei zwei Schadensmodelle. Zum einen untersucht er eine Platte mit einem kleinen Loch und zum anderen verwendet er in einem Teilbereich eine reduzierte Steifigkeit. Der Vorteil der Methode besteht laut WONG darin, dass es bei der Schadensdetektierung über die reaktive Intensität im Vergleich zur aktiven Intensität ausreicht, den Beitrag einer modalen Schwingform zur berücksichtigen.

KUHL [72] betrachtet die Möglichkeiten der Beeinflussung des Energieflusses zur Reduktion der Luftschallabstrahlung am Beispiel einer Platte, die an einem Trägerrahmen verschraubt ist und an diesem Rahmen mit einem elektrodynamischen Shaker punkterregt wird. Durch Applikation einer mit Dämpfungsbelag versehenen Substruktur, die als gedämpfter Tilger angesehen werden kann, gelingt es, die Körperschallenergie bei 250 Hz in die Substruktur umzuleiten. Dies weist Kuhl sowohl durch numerische Simulationen als auch durch eine messtechnische Bestimmung der STI mit dem Zwei-Aufnehmerverfahren nach NOISEUX [1] und PAVIC [2] nach. In Messungen der Schallintensität zeigt er zudem, dass es insgesamt zu einer Verringerung des abgestrahlten Luftschalls kommt, wobei die gemessenen SI-Pegel über der Platte deutlich abnehmen und sich die Abstrahlung zur applizierten Substruktur hin verlagert.

LIU [73] betrachtet ein numerisches Modell zur Beeinflussung des Energieflusses mit einer aktiven Regelung. Er verwendet als Teststruktur eine aus Platten zusammengesetzte Box ohne Boden und Deckel, die jeweils mit einer Punktkraft erregt sowie geregelt wird, und berücksichtigt alle auftretenden Wellenarten. Als Regler verwendet er ein Feed-Forward-System, die

---

Zielgröße des Reglers ist die Minimierung des Energieflusses durch die Verbindungslinie zwischen zwei der vier Teilplatten. LIU kommt zu dem Schluss, dass in dem betrachteten Fall die Reduktion des Körperschalls auf Basis des Energieflusses bessere Ergebnisse liefert als bei einer Verwendung der mittleren Beschleunigung als Zielgröße.

---

### **1.3 Zielsetzung der Arbeit und Abgrenzung zu bisherigen Arbeiten**

---

Bereits die ersten Beiträge zur Strukturintensität von NOISEUX [1] und PAVIC [2] geben als Ziel der Untersuchung der STI die Beeinflussung des abgestrahlten Luftschalls an. Dies soll gelingen, indem die Hauptpfade der Körperschallenergie identifiziert werden, um dann entlang dieser Pfade die Energie zu absorbieren oder zu reflektieren, bevor sie die Bereiche einer Struktur erreicht, in welchen unerwünschte Anteile des Luftschalls abgestrahlt werden. Viele der nachfolgenden Beiträge berufen sich ebenfalls auf dieses Ziel und doch scheinen nur wenige einen direkten Beitrag in diese Richtung zu liefern. Ein bedeutender Grund hierfür ist wohl darin zu sehen, dass die STI im Zuge der experimentellen Verfahren zur Bestimmung der Fluidschallintensität in den Fokus der Wissenschaft rückt. So behandeln viele Beiträge mögliche Messverfahren zur STI [2, 7-9]. Da zur Berechnung aber Messgrößen aus dem Inneren der Struktur nötig sind, stellen alle Messverfahren nur Näherungsverfahren dar, die nur für akademische Beispiele gültig und nicht exakt sind. Ein hinreichend genaues, allgemein gültiges und praktikables Messverfahren existiert bis heute nicht, so dass eine direkte experimentelle Überprüfung von numerischen Berechnungen bei beliebigen Strukturen nicht erfolgen kann [55].

Ergänzend zu den eigentlichen Messverfahren existiert eine ganze Reihe an Beiträgen zu ihren Anwendungen in den unterschiedlichsten Experimenten und korrespondierenden Fehleranalysen. Ebenso gibt es eine Vielzahl von Beiträgen zur analytischen Berechnung der Strukturintensität für unterschiedlichste Sonderfälle von Balken und Plattenstrukturen [2, 13, 14, 33, 41, 42, 47, 48, 59, 66] sowie die Implementierung der STI-Berechnung in FEM-Berechnungen [10, 15, 36, 40, 52, 58, 61, 72]. Neben diesen naheliegenden grundlegenden Fragestellungen nach Messbarkeit und Berechnungsmethodik thematisieren nur sehr wenige Arbeiten die Frage, wie die STI in der Analyse und Entwicklung von Strukturen nutzbar ist. Erste Ansätze zur Verwendung der Strukturintensität als Regelgröße für ein AVC-System [12, 38, 73] sowie zur Schadensdetektierung [61, 63, 64, 68, 70] beschreiben interessante Einsatzmöglichkeiten, werden jedoch durch die stark vereinfachten Messverfahren beschränkt.



---

Detailliertere Analysen der Körperschallpfade beschreiben die Dämmwirkung von Rippen und Plattenabsätzen [36, 46, 50, 58, 59, 62], welche auf die Impedanzsprünge zurückzuführen ist. Zudem zeigt KÜHL [72] die Wirkung eines Dämpfungselements im Hauptpfad der Körperschallenergie nahe der Quelle auf die STI und den abgestrahlten Luftschall. Über die deskriptive Analyse der Energieflüsse geht jedoch keiner der Autoren hinaus. Die Ableitung einer Methodik zur maschinenakustischen Analyse von Konstruktionen und zur Gestaltung akustisch optimierter Konstruktionsalternativen in dem Sinne, wie sie schon von NOISEUX und PAVIC als Ziel ausgegeben werden, fehlt weiterhin.

Die vorliegende Arbeit leistet hierzu einen Beitrag. Aufbauend auf der Analyse der STI von flächigen Schalenstrukturen wird gezeigt, wie sich die so gewonnenen Informationen nutzen lassen, um durch die lokale Anpassung von Impedanzen und Dämpfungsverteilungen den Energiefluss derart zu beeinflussen, dass die Körperschallenergie von zuvor definierten Bereichen ferngehalten werden kann. Als Werkzeuge kommen hierbei sowohl FE-Berechnungen für komplexe Strukturen als auch analytische Ansätze für akademische Beispiele zum Einsatz. Die experimentelle Bestimmung der STI wird an dieser Stelle bewusst nicht betrachtet, da die bestehenden Messverfahren zu aufwendig für einen Einsatz im Entwicklungsprozess und aufgrund der Vereinfachungen nicht universell einsetzbar sind. Zudem stehen Prototypen für Messungen erst spät zur Verfügung, während FE-Simulationen in vielen industriellen Anwendungen die Entwicklungsprozesse prägen und so eine numerische STI-Analyse bei ohnehin existierenden FE-Modellen nur einen geringen Mehraufwand bedeutet.

In Voruntersuchungen werden weitere Phänomene und Fragen beleuchtet, die in den bisherigen Arbeiten angerissen, jedoch nicht abschließend geklärt werden und im Hinblick auf die genannten Ziele dieser Arbeit von Bedeutung sind. So wird die von GAVRIC [15] beschriebene schlechte Konvergenz der Lösung der STI bei modaler Superposition genauer untersucht. Diese hat einen direkten Einfluss auf die Ergebnisqualität von FE-Berechnungen und analytischen Lösungen, die auf der modalen Superposition beruhen.

Darüber hinaus wird der Einfluss der Koppelung von In-plane- und Out-of-plane-Schwingungen bei Schalen- und Balkenstrukturen weiter untersucht. Nur wenige der bisherigen Arbeiten [41, 42, 47, 51, 58] berücksichtigen diese Koppelung der unterschiedlichen Wellenarten. Dies mag darin begründet sein, dass in der klassischen Maschinenakustik den In-plane-Wellen allgemein kaum Beachtung geschenkt wird, da sie einen kaum messbaren Bei-

---

trag zur Schallabstrahlung leisten. Durch die Koppelung mit den Biegewellen haben sie aber eine potenzielle Bedeutung für das Körperschallfeld [74]. Daher wird in dieser Arbeit die Größenordnung des Energieflusses durch In-plane-Wellen im Vergleich zu den Biegewellen für unterschiedliche Konstruktionen beurteilt. Zudem wird die Bedeutung einer Koppelung der Wellenarten für die Analyse der STI und die Ableitung von konstruktiven Maßnahmen weiter untersucht.

Eine weitere Frage, die sich aus den bisherigen Arbeiten ergibt und für die Analyse der STI eine Rolle spielen kann, ist die nach dem Energiefluss in Dickenrichtung von Schalenstrukturen. Die bestehenden Berechnungsmethoden der STI von Schalenstrukturen nehmen den Energiefluss in Dickenrichtung als annähernd null an. Lediglich STEIN [58] zeigt eine sehr oberflächliche Betrachtung dieses Phänomens, und so bleibt noch zu klären, wie groß die STI in Dickenrichtung im Vergleich zu den Komponenten in der Fläche einer dünnwandigen Struktur wirklich ist.

Schließlich stellt sich noch die Frage nach der Zeitbereichsbetrachtung. Nahezu alle Arbeiten behandeln die Strukturintensität im Frequenzbereich für eingeschwungene Zustände. Lediglich LIU [53] untersucht die STI einer Plattenstruktur bei Stoßanregung im Zeitbereich, leitet daraus jedoch keine tieferen Erkenntnisse ab. Auch in dieser Arbeit steht die Frequenzbereichslösung im Fokus, jedoch ist es für die Ableitung von konstruktiven Maßnahmen aus Frequenzbereichsanalysen der STI wichtig, das Einschwingverhalten abschätzen zu können. Diese Phänomene sind bisher ungeklärt und so muss die Frage beantwortet werden, ab wann der Frequenzbereich repräsentativ für den Energiefluss im Zeitbereich ist oder wie kurzzeitig ein Körperschallereignis sein muss, um gesondert im Zeitbereich untersucht werden zu müssen.

Hierfür erfolgt in Kapitel 2 zunächst eine Einordnung der Strukturintensität in die Terminologie der Maschinenakustik. Ebenso wird die Strukturintensität für Schalen und Balken als Vereinfachung des allgemeinen Falls beschrieben. In Kapitel 3 erfolgt aufbauend auf den analytischen Lösungen der STI-Gleichungen für eine KIRCHHOFF-Platte und einen EULER-BERNOULLI-Balken eine Analyse und Evaluierung der Konvergenz dieser Lösungen bei modaler Superposition. Dem schließen sich in Kapitel 4 numerische Voruntersuchungen zum dem Normalenanteil der STI, dem Einschwingvorgang und der Bedeutung der In-plane-Schwingungen für den Energiefluss an. In Kapitel 5 werden die Möglichkeiten der numerischen STI-Analyse zur akustischen Beurteilung und Auslegung technischer Strukturen allgemein sowie an den Beispielen

---

einer Ölwanne und eines Gepäckraumbodens diskutiert. Zudem erfolgt eine Untersuchung optimaler Verteilungen von Dämpfungsbelägen auf dünnwandigen Strukturen. Abschließend werden die wichtigsten Ergebnisse in Kapitel 6 zusammengefasst und Ansatzpunkte für nachfolgende Arbeiten skizziert.

---

## 2 Die Strukturintensität in der Maschinenakustik

---

Kernthema der Maschinenakustik ist der von schwingenden technischen Strukturen (Maschinen) abgestrahlte Luftschall. Wenn Maschinen durch äußere Lasteinwirkung oder innere Betriebskräfte zu Schwingungen angeregt werden, bildet sich u. a. infolge der Erregung auf der Oberfläche der jeweiligen Struktur eine Oberflächenschwingung in Form von Biege- und Longitudinalwellen aus. Diese Oberflächenschwingungen sind der Teil des Körperschalls, der durch eine spezifische Übertragung eine Schwingung im umgebenden Fluid (Luft, Wasser etc.) induziert und somit zur Abstrahlung von Fluidschall führt. Da In-plane-Schwingungen einen vernachlässigbar geringen Anteil zur Schallabstrahlung beitragen, werden diese bei den Oberflächenschwingungen in der maschinenakustischen Grundgleichung

$$P(f) = (\rho c)_{\text{Fluid}} \sigma(f) Sh_T^2(f) F_{\text{RMS}}^2(f), \quad (2.1)$$

welche das geschilderte physikalische Wirkprinzip der Schallabstrahlung für den eingeschwungenen Zustand mit einer mathematischen Formel beschreibt, vernachlässigt [75]. Sie stellt die abgestrahlte Schallleistung  $P$  in einen funktionalen Zusammenhang mit dem Quadrat der effektiven Erregerkraft  $F$ , der Körperschallfunktion  $Sh_T^2$ , dem Abstrahlgrad  $\sigma$ , der Dichte  $\rho$  und der Schallgeschwindigkeit  $c$  des umgebenden Fluids. Das Produkt aus dem Quadrat der Erregerkraft und der Körperschallfunktion ergibt das mit der Oberfläche  $S$  gewichtete Quadrat der mittleren normalen Oberflächenschnelle  $v_{\perp, \text{RMS}}^2$  mit

$$S v_{\perp, \text{RMS}}^2(f) = Sh_T^2(f) F_{\text{RMS}}^2(f). \quad (2.2)$$

Multipliziert man diese mit dem Abstrahlgrad und der Schallkennimpedanz  $Z_{\text{E,Fluid}}$  des umgebenden Mediums

$$Z_{\text{E,Fluid}} = (\rho c)_{\text{Fluid}}, \quad (2.3)$$

so erhält man die in das Fluid abgestrahlte Schallleistung. Diese Zusammenhänge lassen sich anschaulich auch als Blockschaltbild darstellen (siehe Abbildung 2-1).

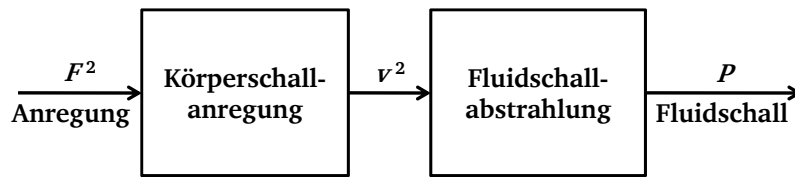


Abbildung 2-1: Blockschaltbild der maschinenakustischen Grundgleichung

Die maschinenakustische Grundgleichung fasst die Effekte entlang der Entstehungskette von körperschallerregtem Luftschall mathematisch in einer Formel zusammen. Ihre Existenz dient dabei jedoch lediglich der logischen Veranschaulichung der Schallentstehung. Um tatsächlich fundierte Berechnungen der abgestrahlten Schallleistung durchführen zu können, ist sie allerdings nicht geeignet. Dies ist dadurch begründet, dass ihre einzelnen Terme zum Teil nicht als handhabbare mathematische Funktionen erfassbar sind. So lässt sich der Abstrahlgrad nicht direkt als Funktion angeben, er ist bei realen Maschinen lediglich empirisch aus der gemessenen Schnelleverteilung und der gemessenen Schallleistung zu ermitteln. Gleiches gilt für die Körperschallfunktion. Sie beinhaltet prinzipiell die Effekte der Eingangsimpedanz, der Dämpfung und der Körperschallausbreitung hin zur Oberflächenschnelle. Auch die Körperschallfunktion ist letztlich nur empirisch aus Messungen der Oberflächenschnelle und der Erregerkraft im Sinne einer Übertragungsfunktion ableitbar. Die Frage nach den Details der Körperschallausbreitung kann die maschinenakustische Grundgleichung somit nicht beantworten.

Diese Frage ist im Sinne der Entwicklung lärmarmen Maschinen und Strukturen allerdings essenziell. Ziel der Anwendung sämtlicher Theorien der Maschinenakustik ist im Wesentlichen eine Reduktion des Lärms von Maschinen und technischen Strukturen. Hierfür gibt es zwei grundlegende Konzepte. So lässt sich die Immission von Lärm am Ort des Beobachters reduzieren, indem man die Energie des Luftschallfeldes mittels Sekundärmaßnahmen (Absorber, Kapseln etc.) reduziert. Der andere und meist effektivere Weg ist jedoch, die Emission von Schallenergie mittels Primärmaßnahmen (lärmarmes Konstruieren) zu reduzieren. Dies bedeutet, dass man die Erregungsmechanismen derart beeinflusst, dass so wenig Körperschall wie möglich angeregt wird. Eine Modifikation dieser Mechanismen ist jedoch nicht immer zulässig, da sie oft durch technische Randbedingungen und die Funktionalität fest vorgegeben sind. In nächster Instanz liegt die Eingangsimpedanz am Ort der Erregung im Fokus. Sind diese beiden Möglichkeiten ausgeschöpft, muss die Verteilung des Körperschalls innerhalb der Struktur und seine Bedämpfung betrachtet werden. Dazu werden Erkenntnisse zur Ausbrei-

---

tung des Körperschalls vom Ort der Anregung durch die Struktur und die Ableitung von Maßnahmen zum lärmarmen Konstruieren benötigt. Diese liegen nur sehr begrenzt für einfache Strukturen vor und sind empirisch mit Erfahrungswerten und Messungen begründet. Einen ersten Ansatz für diese Themen liefert die Transferpfadanalyse (TPA) [76]. Mit ihrer Hilfe werden Übertragungsfunktionen zwischen einzelnen physikalischen Größen und Punkten der Struktur analysiert, um daraus auf eine Übertragung des Körperschalls zu schließen. Die so gewonnenen Informationen können zwar zu einem besseren Verständnis des Körperschalls beitragen, sie liefern aber keine Einblicke in die exakten Pfade der Energieübertragung zwischen den jeweiligen Punkten. Gleiches gilt für die Methode der SEA [77], bei der eine Struktur in einzelne Subsysteme zerlegt und dann deren wechselseitiger Energieaustausch zwischen den einzelnen Teilsystemen beschrieben wird. Auch die SEA liefert keine Informationen zum Energiefluss innerhalb der Subsysteme.

So fehlt der Maschinenakustik bis heute eine Theorie, mit deren Hilfe sich Ansatzpunkte und Auswirkungen für Primärmaßnahmen zur Lärmreduktion mathematisch ableiten lassen. Es wird ein Werkzeug benötigt, welches den Term der Körperschallfunktion in der maschinenakustischen Grundgleichung in irgendeiner Form mathematisch greifbar macht, so dass deren Effekte innerhalb der Struktur räumlich aufgelöst werden können. Einen möglichen Ansatz hierfür liefert die Untersuchung der Strukturintensität, welche den Energiefluss innerhalb eines Festkörpers abbildet.

---

## 2.1 Akustische Intensitäten

---

Die Strukturintensität beschreibt analog zur Schallintensität ganz allgemein die mechanische Energie, welche durch ein Flächenelement des Festkörpers fließt. Im Gegensatz zum Luftschallproblem ist der Vektor der Strukturintensität jedoch nicht zwangsläufig orthogonal zur Wellenfront [27]. Zur Beschreibung der Strukturintensität, also des Flusses der Energie im Festkörper, kann man vom ersten Hauptsatz der Thermodynamik [78] ausgehen. Dieser besagt, dass in geschlossenen Systemen die Summe aller Energieänderungen null ist. Wendet man ihn allgemein auf ein Kontrollvolumen eines elastischen Mediums an und schließt dabei einen Wärmestrom sowie eine Massenänderung aus, so erhält man eine Energie- oder Leistungsbilanz, die neben der zugeführten und dissipierten Leistungsdichte  $\pi_{\text{zu}}$  und  $\pi_{\text{diss}}$  durch Quellen und Senken auch die Intensität als Energieflussgröße bezüglich der Änderung der Energiedichte  $e$  enthält (siehe Gleichung (2.4)). Demnach entspricht die Änderung der Ener-

gie eines Kontrollvolumens dem Integral des Produkts aus Energiefluss (Intensität) und Normalenvektor über die Oberfläche  $A$  des Kontrollvolumens zuzüglich innerer Quellen und abzüglich innerer Senken (Volumenintegral auf der rechten Seite).

$$\iiint_V \frac{\partial e}{\partial t} dV = - \iint_A \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \mathbf{n} dA + \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV \quad (2.4)$$

Darin bezeichnet  $\mathbf{S}$  den Spannungstensor mit

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

und  $\mathbf{u}$  den Verschiebungsvektor. Das negative Vorzeichen des Spannungstensors beruht dabei auf der Vorzeichenkonvention der Mechanik, nach welcher Druckspannungen und Druckkräfte mit einem negativen Vorzeichen versehen werden. Die vektorielle Größe der Strukturintensität  $\mathbf{I}$  ist somit definiert als Produkt aus Spannungstensor  $\mathbf{S}$  und Schnellevektor  $\mathbf{v} = \partial \mathbf{u} / \partial t$

$$\mathbf{I} = -\mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\mathbf{S} \mathbf{v} = - \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Im Festkörper beschreibt  $\mathbf{I}$  unter Verwendung des Spannungstensors  $\mathbf{S}$  die Struktur- oder Körperschallintensität. Für Fluide reduziert sich der Spannungstensor auf den skalaren Schalldruck  $p$ , und man erhält die in der Akustik bekannte Fluidschallintensität (SI)  $\mathbf{I}_{\text{Fluid}}$

$$\mathbf{I}_{\text{Fluid}} = p \mathbf{v} = p \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Durch die Anwendung des GAUSSschen Integralsatzes [79] zur Umwandlung von Flächen- in Volumenintegrale auf das Flächenintegral in (2.4) folgt

$$\iint_A -\mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \mathbf{n} dA = \iint_A \mathbf{I} \mathbf{n} dA = \iiint_V \nabla \mathbf{I} dV. \quad (2.8)$$

Setzt man diese Umformung in Gleichung (2.4) ein, so erhält man

$$\iiint_V \frac{\partial e}{\partial t} dV = \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss} - \nabla \mathbf{I}) dV. \quad (2.9)$$

Für  $dV \rightarrow 0$  folgt mit

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \pi_{zu} - \pi_{diss} - \nabla \mathbf{I} \quad (2.10)$$

eine allgemeine mechanische Energiebilanz für beliebige elastische Medien, welche in dieser Form für sowohl transiente als auch stationäre Fälle gültig ist. Sie besagt, dass die zeitliche Änderung der Energiedichte eines Materialpunktes der zugeführten Leistungsdichte abzüglich der dissipierten Leistungsdichte und der Divergenz der Intensität entspricht. Bei stationären Prozessen ist die zeitliche Änderung der Energiedichte im Mittel null. Durch zeitliche Mittelung folgt somit aus (2.10)

$$\left\langle \frac{\partial e}{\partial t} \right\rangle = 0 = \langle \pi_{zu} - \pi_{diss} - \nabla \mathbf{I} \rangle. \quad (2.11)$$

Die spitzen Klammern in Gleichung (2.11) verweisen auf die zeitlichen Mittelwerte. Liegt am jeweiligen Materialpunkt zudem keine Energiequelle vor ( $\pi_{zu} = 0$ ), so ergibt sich aus (2.11) ferner, dass im zeitlichen Mittel die dissipierte Leistungsdichte der negativen Divergenz der Intensität entspricht

$$\langle \pi_{diss} \rangle = -\langle \nabla \mathbf{I} \rangle. \quad (2.12)$$

Für das Kontrollvolumen folgt unter gleichen Voraussetzungen analog zum Materialpunkt, dass die Dissipationsleistung  $P_{diss}$  im zeitlichen Mittel dem Volumenintegral der negativen Di-



vergenz der Intensität oder dem negativen Flächenintegral des Produkts aus Intensität und Normalenvektor über der Oberfläche des Kontrollvolumens entspricht

$$\iiint_V \langle \pi_{diss} \rangle dV = \langle P_{diss} \rangle = - \iiint_V \langle \nabla \mathbf{I} \rangle dV = - \iint_A \langle \mathbf{I} \rangle \mathbf{n} dA. \quad (2.13)$$

Beim Umgang mit Intensitäten interessieren meist zeitlich gemittelte Werte, wie dies in den Gleichungen (2.12) und (2.13) der Fall ist, während z. B. Gleichung (2.9) ganz allgemein auch für transiente Vorgänge im Zeitbereich gültig ist. In der Literatur wird daher in der Regel für diese beiden Fälle eine unterschiedliche Terminologie verwendet. So findet sich häufig im Zusammenhang mit Intensitäten im Zeitbereich der Begriff „momentane Intensität“. Die zeitlich gemittelte Intensität wird dann allerdings ganz allgemein mit „Intensität“ bezeichnet. Eine getrennte Nomenklatur wird hier in dieser Form jedoch nicht verwendet. Zum einen ändert die zeitliche Mittelung einer zeitvarianten Größe nichts an den physikalischen Zusammenhängen und zum anderen ergibt sich eine Unterscheidung stets aus dem Kontext der Verwendung im Zeit- oder Frequenzbereich.

Bei stationären monofrequenten Signalen lässt sich der zeitliche Mittelwert der Intensität auch mit Hilfe des Kreuzleistungsspektrums [80] der komplexen Spannungs- und Geschwindigkeitskomponenten berechnen (siehe Gleichung (2.14)). Die Intensität wird dann im Frequenzbereich zur komplexen Größe, deren Real- und Imaginärteil analog zur elektrischen Leistung mit Wirk- bzw. Blindintensität oder aktiver bzw. reaktiver Intensität ( $\mathbf{I}_a$  und  $\mathbf{I}_r$ ) bezeichnet werden. Der Realteil der Intensität entspricht dabei dem zeitlichen Mittelwert der Intensität oder dem zeitlich gemittelten Energiefluss. In der Literatur finden sich für den Ausdruck in Gleichung (2.14) Varianten mit und ohne Faktor 0,5. Dies ist abhängig davon, ob die Spannungs- und Geschwindigkeitsgrößen als Peak- („0,5“) oder RMS-Werte („1“) eingehen.

$$\langle \mathbf{I}(t) \rangle = \mathbf{I}_a(f) = \text{Re} \left( \underline{\mathbf{I}}(f) \right) = \text{Re} \left( -\underline{\mathbf{S}}_{\text{RMS}}(f) \underline{\mathbf{v}}_{\text{RMS}}^*(f) \right) = \text{Re} \left( 0,5 \left( -\underline{\mathbf{S}}(f) \underline{\mathbf{v}}^*(f) \right) \right) \quad (2.14)$$

Während die physikalische Bedeutung der aktiven Intensität als Wirkintensität klar ist, ist die Bedeutung der reaktiven Intensität  $\mathbf{I}_r$

---


$$\mathbf{I}_r(f) = \text{Im}(\underline{\mathbf{I}}(f)) = \text{Im}(-\underline{\mathbf{S}}_{\text{RMS}}(f)\underline{\mathbf{v}}_{\text{RMS}}^*(f)) = \text{Im}\left(0,5\left(-\underline{\mathbf{S}}(f)\underline{\mathbf{v}}^*(f)\right)\right), \quad (2.15)$$

in der Literatur umstritten [19]. Darauf wird weiter in Abschnitt 3.3 eingegangen. Multifrequente harmonische sowie transiente Signale können ebenso im Frequenzbereich betrachtet werden, wenn diese mittels Fouriertransformation in ihre Frequenzanteile zerlegt werden:

$$\langle \mathbf{I}(t) \rangle = \int_f \mathbf{I}_a(f) df. \quad (2.16)$$

In diesem Fall entspricht der zeitliche Mittelwert der Intensität und somit ihr Wirkanteil dem Integral über den gesamten Frequenzbereich des Dichtespektrums der Intensität [15].

---

## 2.2 Strukturintensität von Schalen

---

Die Definition der Strukturintensität in Gleichung (2.6) gilt allgemein für einen Materialpunkt im dreidimensionalen Festkörper. In der Maschinenakustik sind jedoch oftmals dünnwandige Strukturen maßgeblich an der Fluidschallabstrahlung beteiligt. Zudem lassen sich viele reale Bauteile, z. B. aus dem Bereich des Schiff-, Flugzeug- und Automobilbaus, mit den Theorien der dünnen Schalen und Platten beschreiben. Daher bietet sich auch im Fall der Strukturintensität eine entsprechende Betrachtung für Schalen und Platten an. Entsprechende Formulierungen stellen erstmals PAVIC [2] und ROMANO [13] auf – eine ausführlichere Herleitung beschreibt CREMER [27]. PAVIC berücksichtigt zunächst nur Biegewellenanteile, während CREMER und ROMANO den allgemeineren Fall mit zusätzlichen In-plane-Wellen beschreiben. Der Ursprung des kartesischen Koordinatensystems liegt in der Mittelebene  $z_M = 0$  der unverformten Schale mit der Schalendicke  $h$  (siehe Abbildung 2-2).

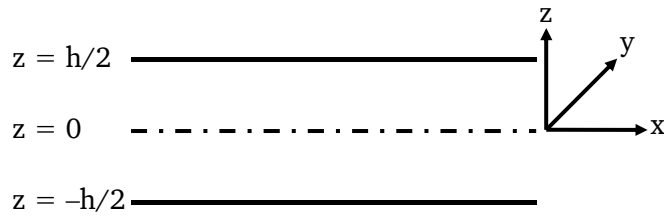


Abbildung 2-2: Koordinatensystem der Schale

Vereinfachend wird lediglich angenommen, dass die Verschiebung der Schale in  $z$ -Richtung  $u_z$  konstant über die Schalendicke  $h$  ist:

$$u_z(z) = \text{const.} \quad (2.17)$$

Die Verschiebungen in  $x$ - und  $y$ -Richtung  $u_x$  und  $u_y$  setzen sich dabei aus den Verschiebungen der Mittelebene  $u_{x,M}$  und  $u_{y,M}$  sowie den korrespondierenden Anteilen aus den Rotationswinkeln  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  zusammen. Die in der Maschinenakustik meist gültige Annahme kleiner Verformungen liefert:

$$\begin{aligned} u_x &= u_{x,M} + z\varphi_y, \\ u_y &= u_{y,M} - z\varphi_x. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ferner geht man davon aus, dass bei dünnen Schalen die Normalspannung in  $z$ -Richtung  $\tau_{zz}$  über den gesamten Querschnitt null ist. Damit ergeben sich die verbleibenden Normalspannungskomponenten  $\tau_{xx}$  und  $\tau_{yy}$  mit dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\mu$  zu

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right), \\ \tau_{yy} &= \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \mu \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Die noch fehlenden Schubspannungskomponenten sind mit dem Schubmodul  $G$  allgemein definiert als

$$\begin{aligned}
\tau_{xz} = \tau_{zx} &= G \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \\
\tau_{yz} = \tau_{zy} &= G \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right), \\
\tau_{xy} = \tau_{yx} &= G \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.17) bis (2.20) in Gleichung (2.6) und Integrieren des entstandenen Ausdrucks über die Schalendicke  $h$  reduziert sich aufgrund der verschwindenden Normalenkomponente der Intensitätsvektor auf den zweidimensionalen Raum in den Flächenkoordinaten der Schale. Nach einigen Umformungen [27] und durch Verwendung der auf die Breite bezogenen Biegesteifigkeit der Schale  $B'$

$$B' = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{2Gh^3}{12(1-\mu)} \tag{2.21}$$

ergibt sich schließlich die Intensität der dünnen Schale zu

$$\begin{aligned}
I'_x &= - \left[ \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial u_{x,M}}{\partial x} + \mu \frac{\partial u_{y,M}}{\partial y} \right) \frac{\partial u_{x,M}}{\partial t} + Gh \left( \frac{\partial u_{x,M}}{\partial y} + \frac{\partial u_{y,M}}{\partial x} \right) \frac{\partial u_{y,M}}{\partial t} \right. \\
&\quad + B' \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} + B'(1-\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} \\
&\quad \left. - B' \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) \frac{\partial u_z}{\partial t} \right], \\
I'_y &= - \left[ \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial u_{y,M}}{\partial y} + \mu \frac{\partial u_{x,M}}{\partial x} \right) \frac{\partial u_{y,M}}{\partial t} + Gh \left( \frac{\partial u_{y,M}}{\partial x} + \frac{\partial u_{x,M}}{\partial y} \right) \frac{\partial u_{x,M}}{\partial t} \right. \\
&\quad + B' \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right) \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} + B'(1-\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} \frac{\partial \varphi_y}{\partial t} \\
&\quad \left. - B' \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) \frac{\partial u_z}{\partial t} \right].
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Dabei kennzeichnet  $I'$  in Gleichung (2.22) die Integration der Intensität über die Dicke  $h$

$$\mathbf{I}' = \int_{-h/2}^{+h/2} \mathbf{I} \cdot dz. \quad (2.23)$$

Diese Kennzeichnung ist mathematisch ungewöhnlich<sup>2</sup>, hat sich jedoch in der Literatur zur Strukturintensität von Platten und Schalen durchgesetzt. Die jeweils ersten beiden Summanden in Gleichung (2.22) beschreiben den Energietransport der In-plane-Wellen durch die Membrankräfte  $N_x$ ,  $N_y$  und  $N_{xy}$ . Die weiteren Summanden geben den Energietransport der Biegewellen, resultierend aus den Querkräften  $Q_x$  und  $Q_y$ , den Biegemomenten  $M_x$  und  $M_y$  sowie dem Torsionsmoment  $M_{xy}$ , wieder (siehe Abbildung 2-3).

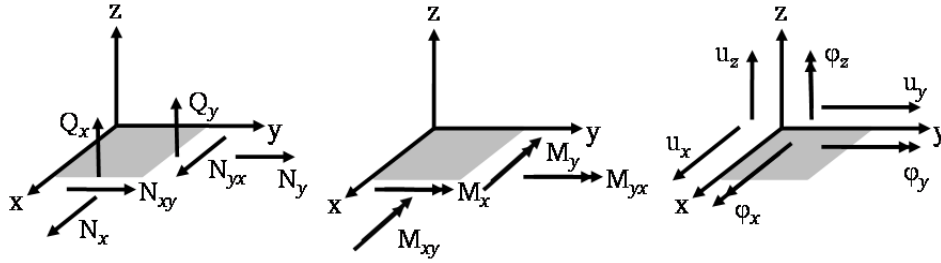


Abbildung 2-3: Schnittgrößen der Schale

Sie sind definiert als:

$$\begin{aligned} Q_x &= -B' \frac{\partial(\nabla^2 u_z)}{\partial x}, & Q_y &= -B' \frac{\partial(\nabla^2 u_z)}{\partial y}, & N_x &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial u_{x,M}}{\partial x} + \mu \frac{\partial u_{y,M}}{\partial y} \right), \\ N_y &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial u_{y,M}}{\partial y} + \mu \frac{\partial u_{x,M}}{\partial x} \right), & N_{xy} &= N_{yx} = Gh \left( \frac{\partial u_{y,M}}{\partial x} + \frac{\partial u_{x,M}}{\partial y} \right), \\ M_x &= -B' \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right), & M_y &= -B' \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right), \\ M_{xy} &= M_{yx} = -B'(1-\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Setzt man nun die Gleichungen (2.24) in Gleichung (2.22) ein, so ergibt sich diese in allgemeinerer Form für beliebige Schalen im kartesischen Koordinatensystem:

<sup>2</sup> I. d. R. kennzeichnet der Hochstrich die erste (örtliche) Ableitung.

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} I'_x \\ I'_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} N_x v_x + N_{xy} v_y + M_x \dot{\phi}_y - M_{xy} \dot{\phi}_x + Q_x v_z \\ N_y v_y + N_{yx} v_x - M_y \dot{\phi}_x + M_{yx} \dot{\phi}_y + Q_y v_z \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Die Gleichungen (2.22) und (2.25) beziehen sich wieder auf den allgemeinen Fall der momentanen Intensität im Zeitbereich. Alle in Abschnitt 2.1 beschriebenen Operationen zur Beschreibung der STI im Frequenzbereich und deren Zusammenhang mit der momentanen STI lassen sich auch hierauf analog anwenden.

### 2.3 Strukturintensität von Balken

Als weiter vereinfachender Fall lässt sich die Strukturintensität von Balken analog zum Vorgehen bei Schalen herleiten. Dabei geht man ferner davon aus, dass die Normalspannungen  $\tau_{yy}$  und  $\tau_{zz}$  vernachlässigbar klein sind ( $\tau_{yy} = 0$  und  $\tau_{zz} = 0$ ) und auch der Energiefluss in den Querrichtungen zum Balken vernachlässigbar klein ist ( $I_y = 0$  und  $I_z = 0$ ). Ein Energiefluss erfolgt somit nur in Längsrichtung des Balkens, und Gleichung (2.6) reduziert sich zu

$$I_x = -(\tau_{xx} \cdot v_x + \tau_{xy} \cdot v_y + \tau_{xz} \cdot v_z). \quad (2.26)$$

Durch Integration von Gleichung (2.26) über den Querschnitt  $S$  erhält man schließlich nach einigen Umformungen die Strukturintensität von Balken  $I''$ , wie sie z. B. von PAN [12] beschrieben wird:

$$I''_x = - \left( EA \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial t} + EI_z \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3} \frac{\partial u_y}{\partial t} - EI_y \frac{\partial^3 u_z}{\partial x^3} \frac{\partial u_z}{\partial t} + GI_T \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \frac{\partial \phi_x}{\partial t} - EI_y \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_y}{\partial t} + EI_z \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_z}{\partial t} \right). \quad (2.27)$$

Der doppelte Hochstrich in Gleichung (2.27) kennzeichnet hierbei die Integration der STI über die Querschnittsfläche  $A$  (zwei Raumrichtungen)<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Üblicherweise kennzeichnet der doppelte Hochstrich die zweite (örtliche) Ableitung.

$$\mathbf{I}'' = \iint_A \mathbf{I} dA. \quad (2.28)$$

Im ganz allgemeinen Fall treten bei Balken Biegemomente  $M_y$  und  $M_z$ , eine Normalkraft  $N_x$ , Querkräfte  $Q_y$  und  $Q_z$  sowie ein Torsionsmoment  $M_x$  auf (siehe Abbildung 2-4).

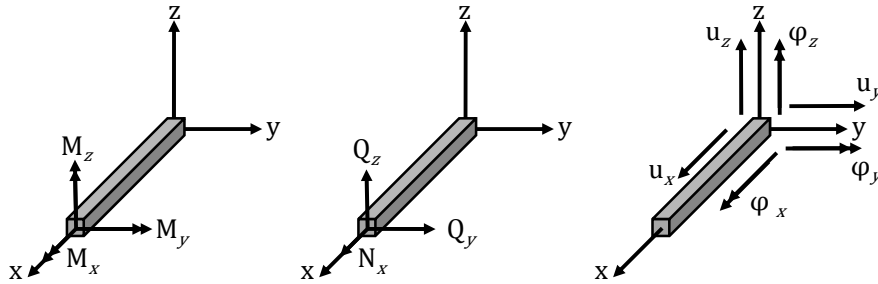


Abbildung 2-4: Schnittgrößen des Balkens

Diese sind in der Mechanik definiert als:

$$\begin{aligned} N_x &= EA \frac{\partial u_x}{\partial x}, & Q_y &= EI_z \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3}, & Q_z &= -EI_y \frac{\partial^3 u_z}{\partial x^3}, \\ M_x &= GI_T \frac{\partial \phi_x}{\partial x}, & M_y &= -EI_y \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}, & M_z &= EI_z \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.29) in (2.27) erhält man schließlich die allgemeine Form der momentanen STI eines Balkens  $\mathbf{I}''$  in kartesischen Koordinaten, wie sie z. B. von HAMBRIC [10] und GAVRIC [15] beschrieben wird

$$I_x'' = -(N_x v_x + Q_y v_y + Q_z v_z + M_x \dot{\phi}_x + M_y \dot{\phi}_y + M_z \dot{\phi}_z). \quad (2.30)$$

Auch hierauf lassen sich wiederum alle in Abschnitt 2.1 beschriebenen Umformungen und Operationen anwenden.

---

### 3 Analytische Voruntersuchungen

---

Anknüpfend an die Erläuterungen zur Strukturintensität im Allgemeinen sowie die Spezialfälle der Schalen und Balken werden im Folgenden einige Voruntersuchungen anhand analytischer Platten- und Balkenmodelle bezüglich der Berechnung und Bedeutung der STI durchgeführt. So wird zum einen auf die Unterscheidung der aktiven und reaktiven Intensität eingegangen, um diese Begriffe deutlicher voneinander abgrenzen zu können. Zum anderen wird das Problem der schlechten Konvergenz der Lösung der STI-Gleichung bei modaler Superposition tiefer analysiert und quantifiziert. Hierfür werden zunächst analytische Lösungen der STI der momentenfrei gelagerten KIRCHHOFF-Platte und des momentenfrei gelagerten EULER-BERNOULLI-Balkens beschrieben.

---

#### 3.1 Strukturintensität der KIRCHHOFF-Platte

---

Nach der KIRCHHOFFschen Plattentheorie wird angenommen, dass die Platte senkrecht zu ihrer Mittelebene krafterregt wird. Materialpunkte, welche im unverformten Zustand entlang einer Linie angeordnet sind, bleiben dies auch im verformten Zustand (schubstarre Platte). Die Plattendicke  $h$  wird viel kleiner als die Kantenlängen  $l_x$  und  $l_y$  angenommen. Weiter besteht die Platte aus einem homogenen isotropen Werkstoff, ihre Durchbiegung  $u_z$  ist viel kleiner als die Plattendicke  $h$  und die Normalspannungskomponente  $\tau_{zz}$  ist über den gesamten Querschnitt vernachlässigbar klein [81].

Betrachtet wird zunächst der allgemeine Fall einer allseitig gestützten Rechteckplatte mit der Plattendicke  $h$ , den Kantenlängen  $l_x$  und  $l_y$ , dem Elastizitätsmodul  $E$ , der Dichte  $\rho$ , der Querkontraktionszahl  $\mu$  und den harmonischen Erregerkräften  $F_i$  an den Anregungsorten  $(x_i, y_i)$  (siehe Abbildung 3-1).



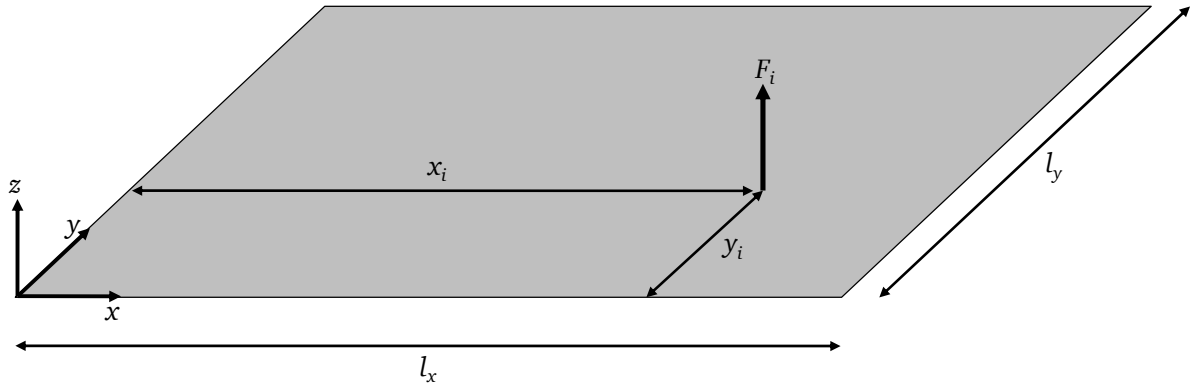


Abbildung 3-1: Krafteingeregte Rechteckplatte

Aus der Annahme der Krafteingeregung normal zur Plattenebene folgt, dass der Anteil der In-plane-Wellen an der STI in den Gleichungen (2.22) und (2.25) verschwindet. Die Annahme der Schubstarrheit und der kleinen Verformungen führt zur Vereinfachung der Rotationswinkel  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  [27]:

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \frac{\partial u_z}{\partial y}, \\ \varphi_y &= -\frac{\partial u_z}{\partial x}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Berücksichtigt man dies in Gleichung (2.22) und berechnet man analog zu den Ausführungen in Abschnitt 2.1 die komplexe STI der KIRCHHOFF-Platte im Frequenzbereich durch Bilden des Kreuzleistungsspektrums der komplexen Schnittgrößen, so folgt für die komplexe STI der Platte  $\underline{I}'$ :

$$\begin{aligned}\underline{I}'_x &= -\frac{1}{2} \left[ \underline{B}' \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial t} \right)^* + \underline{B}' (1 - \mu) \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y \partial t} \right)^* \right. \\ &\quad \left. - \underline{B}' \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} \right)^* \right], \\ \underline{I}'_y &= -\frac{1}{2} \left[ \underline{B}' \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y \partial t} \right)^* + \underline{B}' (1 - \mu) \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial y} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial t} \right)^* \right. \\ &\quad \left. - \underline{B}' \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} \right)^* \right].\end{aligned}\tag{3.2}$$

Die Formulierung der STI in Gleichung (3.2) hängt somit ausschließlich von den Materialkonstanten und den geometrischen Abmessungen der Platte sowie ihrer komplexen Transversalbewegung  $\underline{u}_z$  ab. Letztere lässt sich mit Hilfe der Bewegungsgleichung der gedämpften und harmonisch krafterregten KIRCHHOFF-Platte (3.3) berechnen [82].

$$\begin{aligned} \underline{B}' \left( \frac{\partial^4 \underline{u}_z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \underline{u}_z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \underline{u}_z}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial t^2} &= \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) F_i e^{i(2\pi f t + \gamma)} \\ &= \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \underline{F}_i e^{i2\pi f t} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Dämpfung wird dabei durch die komplexe Biegesteifigkeit der Platte  $\underline{B}'$  berücksichtigt, welche mit dem Verlustfaktor  $\eta$  definiert ist als

$$\underline{B}' = (1 + i\eta) B' = \frac{\underline{E} h^3}{12(1 - \mu^2)}. \quad (3.4)$$

Zur Berechnung der Strukturintensität der allseitig gestützten KIRCHHOFF-Platte bei einer Erregung durch  $k$  harmonische Punktkräfte  $F_i$

$$F_i e^{i(2\pi f t + \gamma_i)} = \underline{F}_i e^{i2\pi f t}, \quad i = [1, 2, 3, \dots, k], \quad (3.5)$$

an den Koordinaten  $(x_i, y_i)$  mit den Phasenwinkeln  $\gamma_i$  können die einzelnen Lastfälle superponiert werden. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass die Superposition nur für die betreffenden Feldgrößen (Schnittkräfte, -momente, Spannungen und Schnellen) und nicht direkt für die STI als Leistungsgröße zulässig ist. Schließlich führt eine Verdopplung der Erregerkraft zu einer Verdopplung der Spannungen / Schnittkräfte und der Schnellen, was eine Vervierfachung der Strukturintensität bedeutet<sup>4</sup>.

Durch Lösen der partiellen inhomogenen Differentialgleichung (3.3) erhält man mit den modalen Hilfskoeffizienten der Rechteckplatte  $\alpha_m$  und  $\beta_n$

<sup>4</sup> Leistungsgrößen sind allgemein proportional zum Quadrat der Feldgrößen.

---


$$\begin{aligned}\alpha_m &= \frac{m\pi}{l_x}, \\ \beta_n &= \frac{n\pi}{l_y},\end{aligned}\tag{3.6}$$

den Eigenkreisfrequenzen  $\omega_{mn}$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B'}{\rho h}((\alpha_m)^2 + (\beta_n)^2)},\tag{3.7}$$

sowie den Eigenfunktionen der allseitig gestützten Rechteckplatte  $\Phi_{mn}$  und den Entwicklungskoeffizienten  $\underline{W}_{mni}$  und  $\underline{V}_{mni}$

$$\begin{aligned}\Phi_{mn} &= \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\ \underline{W}_{mni} &= \frac{4\underline{F}_i}{\rho h l_x l_y} \cdot \frac{\sin(\alpha_m x_i) \sin(\beta_n y_i)}{\omega_{mn}^2(1 + i\eta) - (2\pi f)^2}, \\ \underline{V}_{mni} &= i2\pi f \underline{W}_{mni} = \frac{i8\pi f \underline{F}_i}{\rho h l_x l_y} \cdot \frac{\sin(\alpha_m x_i) \sin(\beta_n y_i)}{\omega_{mn}^2(1 + i\eta) - (2\pi f)^2},\end{aligned}\tag{3.8}$$

die Partikularlösungen für  $\underline{u}_z$  und  $\underline{v}_z$

$$\begin{aligned}\underline{u}_z &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \underline{W}_{mni} \Phi_{mn} \right) e^{i2\pi f t}, \\ \underline{v}_z &= \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \underline{V}_{mni} \Phi_{mn} \right) e^{i2\pi f t}.\end{aligned}\tag{3.9}$$

Nach dem Einsetzen der Gleichungen (3.9) in Gleichung (3.2) und Bilden der benötigten räumlichen Ableitungen erhält man schließlich die analytische Lösung für die Strukturintensität der allseitig gestützten KIRCHHOFF-Platte bei Einzellasterregung  $\underline{\mathbf{I}}'$

$$\begin{aligned}
\underline{I}'_x(x, y, f) &= -\frac{1}{2} [\underline{B}'(\underline{C}_1 + \mu \underline{C}_2)(\underline{C}_3)^* + \underline{B}'(1 - \mu) \underline{C}_4(\underline{C}_5)^* - \underline{B}'(\underline{C}_6 + \underline{C}_7)(\underline{C}_8)^*], \\
\underline{I}'_y(x, y, f) &= -\frac{1}{2} [\underline{B}'(\underline{C}_2 + \mu \underline{C}_1)(\underline{C}_5)^* + \underline{B}'(1 - \mu) \underline{C}_4(\underline{C}_3)^* - \underline{B}'(\underline{C}_9 + \underline{C}_{10})(\underline{C}_8)^*],
\end{aligned} \tag{3.10}$$

mit den komplexen Lösungskoeffizienten  $\underline{C}_i$

$$\begin{aligned}
\underline{C}_1 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \alpha_m^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_2 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \beta_n^2 \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_3 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial t} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k \underline{V}_{mni} \alpha_m \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_4 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial y} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k \underline{W}_{mni} \alpha_m \beta_n \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), \\
\underline{C}_5 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial y \partial t} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k \underline{V}_{mni} \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), \\
\underline{C}_6 &= \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial x^3} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \alpha_m^3 \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_7 &= \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial x \partial y^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \alpha_m \beta_n^2 \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_8 &= \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k \underline{V}_{mni} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \\
\underline{C}_9 &= \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial x^2 \partial y} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \alpha_m^2 \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), \\
\underline{C}_{10} &= \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial y^3} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^k -\underline{W}_{mni} \beta_n^3 \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y),
\end{aligned} \tag{3.11}$$

welche eingesetzt in (3.10) zur STI der allseitig gestützten KIRCHHOFF-Platte bei Erregung durch  $k$  harmonische Punktkräfte führen.

### 3.2 Strukturintensität des EULER-BERNOULLI-Balkens

Ausgehend von der allgemeinen Lösung der STI von Balken und Stäben nach Gleichung (2.27) und (2.30) kann die STI eines gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens explizit hergeleitet werden. Die EULER-BERNOULLI-Balkentheorie setzt voraus, dass Querschnitte des Balkens, welche vor der Deformation orthogonal zur neutralen Faser liegen, auch nach der Deformation zu dieser orthogonal sind. Zudem bleiben ebene Querschnitte auch nach der Deformation eben. Ferner wird angenommen, dass die Balkenlänge  $l_x$  groß und die Deformationen klein im Vergleich zu den Dimensionen des Balkenquerschnitts  $A$  sind. Der Einfluss der Rotationsträgheit sowie des Schubs wird vernachlässigt (schubstarr) [83]. Der betrachtete Balken mit dem Elastizitätsmodul  $E$ , der Dichte  $\rho$ , der Länge  $l_x$  und dem Balkenquerschnitt  $A$  ( $l_y, l_z$ ) wird mit den harmonischen Kräften  $F_i$  an den Koordinaten  $x_i$  normal zur Balkenlängsachse in  $z$ -Richtung schwingerregt (siehe Abbildung 3-2).

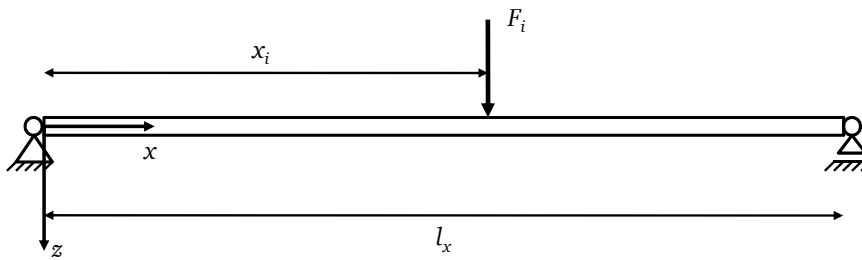


Abbildung 3-2: Kraftherregter Balken

Aufgrund der gewählten Anregung treten im Balken als Schnittgrößen nur das Biegemoment  $M_y$  und die Querkraft  $Q_z$  auf, so dass sich Gleichung (2.30) auf

$$I_x'' = -(Q_z v_z + M_y \phi_y) \quad (3.12)$$

reduziert. Die Annahme kleiner Verformungen und der Schubstarrheit liefert für den Rotationswinkel  $\phi_y$  die Vereinfachung

$$\phi_y = -\frac{\partial u_z}{\partial x}. \quad (3.13)$$

Somit folgt aus (3.12) mit (2.29) die komplexe Strukturintensität eines Balkens bei harmonischer Erregung durch Bilden der Kreuzleistungsspektren der entsprechenden Schnittgrößen:

$$I_x'' = -\frac{1}{2} \left( -\underline{E} I_y \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial x^3} \left( \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} \right)^* + \underline{E} I_y \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial t} \right)^* \right). \quad (3.14)$$

Man erhält eine Formulierung der STI des EULER-BERNOULLI-Balkens, die nur von den Materialkonstanten und geometrischen Abmessungen des Balkens sowie dessen komplexer Transversalbewegung  $\underline{u}_z$  abhängig ist. Diese lässt sich durch Lösen der Bewegungsgleichung des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens unter punktförmiger harmonischer Krafterregung mit den Kraftamplituden  $F_i$ , der Erregerfrequenz  $f$  und den Phasenwinkeln  $\gamma_i$

$$\rho A \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial t^2} + \underline{E} I_y \frac{\partial^4 \underline{u}_z}{\partial x^4} = \delta(x - x_1) F e^{i(2\pi f t + \gamma)} = \delta(x - x_1) \underline{F} e^{i2\pi f t}, \quad (3.15)$$

bestimmen. Dabei wird die Dämpfung durch den komplexen E-Modul  $\underline{E}$ , welcher mit dem Verlustfaktor  $\eta$  definiert ist als

$$\underline{E} = E(1 + i\eta), \quad (3.16)$$

berücksichtigt. Zur Berechnung der Strukturintensität des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens bei einer Erregung durch  $k$  harmonische Punktkräfte  $F_i$

$$F_i e^{i(2\pi f t + \gamma_i)} = \underline{F}_i e^{i2\pi f t}, \quad i = [1, 2, 3, \dots, k], \quad (3.17)$$

an den Koordinaten  $x_i$  mit den Phasenwinkeln  $\gamma_i$  können, wie bei der Platte (siehe Abschnitt 3.1), die einzelnen Lastfälle superponiert werden. Die Lösung der partiellen inhomogenen Differentialgleichung (3.15) liefert die den eingeschwungenen Zustand beschreibende Partikularlösung der Transversalbewegung  $\underline{u}_z$  und ihrer Schnelle  $\underline{v}_z$

---


$$\begin{aligned}\underline{u}_z &= \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \underline{W}_{mi} \Phi_m e^{i2\pi f t}, \\ \underline{v}_z &= \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} = \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \underline{V}_{mi} \Phi_m e^{i2\pi f t}.\end{aligned}\tag{3.18}$$

Hierin bezeichnen  $\Phi_m$  die Eigenfunktionen der freien Schwingungen des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens und  $\underline{W}_m$  die Entwicklungskoeffizienten. Sie sind mit den Eigenfrequenzen  $\omega_m$  des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens

$$\omega_m = \left(\frac{m\pi}{l_x}\right)^2 \sqrt{\frac{EI_y}{\rho A}}\tag{3.19}$$

ebenso wie die Entwicklungskoeffizienten  $\underline{V}_m$  definiert als

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \sin\left(\frac{m\pi}{l_x} x\right), \\ \underline{W}_{mi} &= \frac{2\underline{F}_i}{\rho A l_x} \cdot \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{l_x} x_i\right)}{\omega_m^2 (1 + i\eta) - (2\pi f)^2}, \\ \underline{V}_{mi} &= i2\pi f \underline{W}_{mi} = \frac{i4\pi f \underline{F}_i}{\rho A l_x} \cdot \frac{\sin\left(\frac{m\pi}{l_x} x_i\right)}{\omega_m^2 (1 + i\eta) - (2\pi f)^2}.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Setzt man die Gleichungen (3.18) in Gleichung (3.14) ein, so erhält man für die komplexe Strukturintensität des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens  $\underline{I}_x''$ :

$$\underline{I}_x'' = -\frac{1}{2}(-\underline{E}I_y(\underline{C}_1)(\underline{C}_2)^* + \underline{E}I_y(\underline{C}_3)(\underline{C}_4)^*).\tag{3.21}$$

Darin bezeichnen  $\underline{C}_i$  die komplexen Lösungskoeffizienten mit

---


$$\begin{aligned}
\underline{C}_1 &= \frac{\partial^3 \underline{u}_z}{\partial x^3} = \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} -\underline{W}_{mi} \left( \frac{m\pi}{l_x} \right)^3 \cos \left( \frac{m\pi}{l_x} x \right), \\
\underline{C}_2 &= \frac{\partial \underline{u}_z}{\partial t} = \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \underline{V}_{mi} \sin \left( \frac{m\pi}{l_x} x \right), \\
\underline{C}_3 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x^2} = \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} -\underline{W}_{mi} \left( \frac{m\pi}{l_x} \right)^2 \sin \left( \frac{m\pi}{l_x} x \right), \\
\underline{C}_4 &= \frac{\partial^2 \underline{u}_z}{\partial x \partial t} = \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \underline{V}_{mi} \left( \frac{m\pi}{l_x} \right) \cos \left( \frac{m\pi}{l_x} x \right),
\end{aligned} \tag{3.22}$$

welche eingesetzt in Gleichung (3.21) zur Strukturintensität des gestützten EULER-BERNOULLI-Balkens bei harmonischer Erregung durch  $k$  Punktkräfte führen.

---

### 3.3 Aktive und reaktive Intensitäten

---

Nach den Darstellungen in Abschnitt 2.1 unterscheidet man für die komplexen akustischen Intensitäten allgemein die aktive und die reaktive Intensität  $\mathbf{I}_a$  und  $\mathbf{I}_r$

$$\mathbf{I}_a(f) = \operatorname{Re}(\underline{\mathbf{I}}(f)), \quad \mathbf{I}_r(f) = \operatorname{Im}(\underline{\mathbf{I}}(f)). \tag{3.23}$$

Dabei bildet die aktive Intensität analog zur elektrischen Wirkleistung den Wirkanteil der Intensität ab (man spricht auch von Wirkintensität). Sie beschreibt die Energie, welche im zeitlichen Mittel fließt und entspricht somit dem Energietransport der Wanderwellen. Damit Energie in einem Feld im zeitlichen Mittel transportiert werden kann, müssen mindestens eine Quelle und eine inkohärente Senke vorliegen. Senken können innere und äußere Dämpfung oder auch weitere Erregerkräfte sein. In einem Feld ohne Senke kann im Mittel keine Energie fließen. So ist das Intensitätsfeld einer durch eine harmonische Einzellast erregten ungedämpften Struktur rein reaktiver Natur ( $\mathbf{I}_a=0$ )<sup>5</sup>. MEUDT [36] zeigt, dass im gedämpften Fall sowohl aktive als auch reaktive Intensitäten vorliegen, wobei sich mit steigender Dämpfung das Verhältnis der beiden zu Gunsten der aktiven Intensität verschiebt.

---

<sup>5</sup> Bei ungedämpften Schwingungen liegen stets rein imaginäre Schnellen und rein reelle Spannungen vor, so dass sich rein imaginäre Kreuzleistungsspektren ergeben.



Im Fall einer zwei- oder dreidimensionalen Wellenausbreitung ergeben sich bei halligen Schallfeldern in Abhängigkeit von der Schwingform sowie der Quellen- und Senkenverteilung die unterschiedlichsten Energiepfade. Denn in halligen Schallfeldern, wie dies für den Körperschall technischer Strukturen i. d. R. der Fall ist, liegt das Feld der aktiven Intensität nicht rotationsfrei vor und es kommt zur Wirbelbildung. Diese wird ausführlich von TANAKA [20-22] beschrieben. Die Mechanismen der Wirbelbildung führen zudem dazu, dass die Energiepfade zwischen Quelle und Senke bei zwei- und dreidimensionalen Wellen nicht ohne Berechnung der Intensität prognostizierbar sind. Darüber hinaus nimmt die Anzahl der Wirbel mit der Frequenz zu, so dass sich die Körperschallpfade in immer mehr Nebenschallpfaden verästeln. Dies ist in Abbildung 3-3 am Beispiel der 1-2- und der 3-5-Mode einer gedämpften Rechteckplatte gezeigt (die harmonische Punktkraft ist mit einem schwarzen Punkt markiert). Während sich bei der 1-2-Mode ein einzelner großer Wirbel einstellt, kommt es bei der 3-5-Mode durch die große Wirbelanzahl zu multiplen Körperschallpfaden.

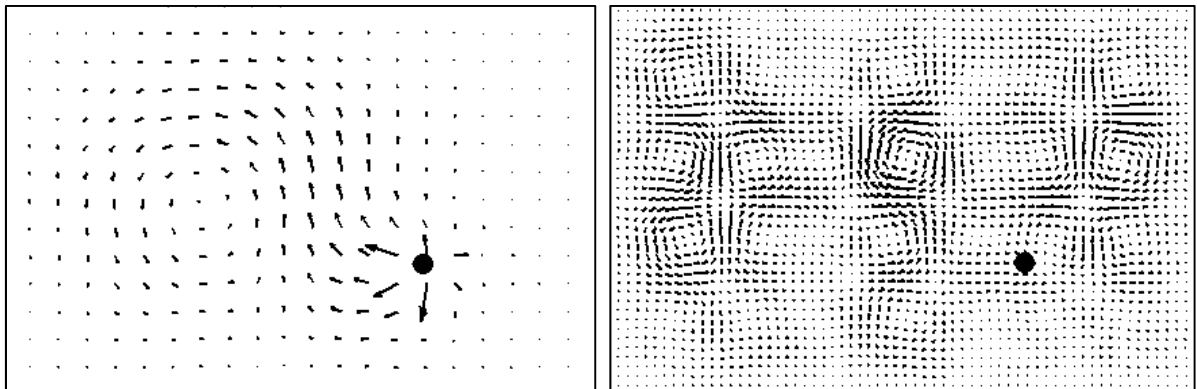


Abbildung 3-3: Aktive STI einer Rechteckplatte für die 1-2-Mode (links) und die 3-5-Mode (rechts)

Im Unterschied zum aktiven Teil der Intensität ist der reaktive Teil schwer beschreibbar. Es gibt viele verschiedene Erklärungsansätze und Meinungen zu ihrer physikalischen Bedeutung. Einige Autoren verwenden sie analog zur elektrischen Blindleistung (daher wird sie auch Blindintensität genannt) und ordnen ihr den Energieinhalt oder -transport der stehenden Wellen zu, dessen zeitlicher Mittelwert null ist [84]. Andere verneinen jede physikalische Bedeutung der reaktiven Intensität [9]. MAYSENHÖLDER [19] gibt hierzu einen ausführlichen Überblick zu den unterschiedlichen Thesen und Argumenten. Doch auch er kommt zu keinem eindeutigen Ergebnis bezüglich der Bedeutung und Verwendbarkeit reaktiver Intensitäten. Fakt ist aber, dass in halligen Schallfeldern reaktive Intensitäten dominieren, während im

Freifeld eher aktive Intensitäten auftreten. Dies deckt sich auch mit den Ausführungen von MEUDT [36]. MAYSENHÖLDER [19] beschreibt zudem einen proportionalen Zusammenhang zwischen der reaktiven Intensität und dem Gradienten der potenziellen Energiedichte  $e_{\text{pot}}$

$$\mathbf{I}_r \sim \nabla e_{\text{pot}}. \quad (3.24)$$

Um dies zu prüfen, wird die Lösung der KIRCHHOFF-Platte aus Abschnitt 3.1 betrachtet. Ausgehend von der in Abschnitt 2.2 gegebenen Definitionsgleichung der STI von Schalen  $\mathbf{I}'$

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} I'_x \\ I'_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} N_x v_x + N_{xy} v_y + M_x \dot{\phi}_y - M_{xy} \dot{\phi}_x + Q_x v_z \\ N_y v_y + N_{yx} v_x - M_y \dot{\phi}_x + M_{yx} \dot{\phi}_y + Q_y v_z \end{bmatrix},$$

lässt sich die Proportionalität zur potenziellen Energiedichte auch für die drei Anteile der reaktiven Intensität aus Querkraft  $\mathbf{I}'_{Q,r}$ , Biegemoment  $\mathbf{I}'_{B,r}$  und Torsionsmoment  $\mathbf{I}'_{T,r}$  ableiten. Die potenzielle Energie mechanischer Schwinger ist allgemein proportional zum Quadrat der Verschiebungen und Verdrehungen. Nach MAYSENHÖLDERs Aussage müsste dann gelten, dass die genannten Komponenten der reaktiven STI proportional zu den korrespondierenden Gradienten der quadratischen Translationen und Rotationen sind:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}'_{Q,r} &= \text{Im} \begin{pmatrix} -\underline{Q}_x \underline{v}_z^* \\ -\underline{Q}_y \underline{v}_z^* \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{u}_z^2}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{u}_z^2}{\partial y} \end{pmatrix}, & \mathbf{I}'_{B,r} &= \text{Im} \begin{pmatrix} -\underline{M}_x \underline{\dot{\phi}}_y^* \\ +\underline{M}_y \underline{\dot{\phi}}_x^* \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{\varphi}_y^2}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{\varphi}_x^2}{\partial y} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{I}'_{T,r} &= \text{Im} \begin{pmatrix} +\underline{M}_{xy} \underline{\dot{\phi}}_x^* \\ -\underline{M}_{yx} \underline{\dot{\phi}}_y^* \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{\varphi}_x^2}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{\varphi}_y^2}{\partial y} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

In Abbildung 3-4 werden für die 4-4-Mode einer Platte die berechneten reaktiven Intensitätsanteile (Abbildung 3-4 links) mit den gemäß Gleichung (3.25) bestimmten Schnellegradienten (Abbildung 3-4 rechts) verglichen. Die Gradienten werden dabei mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode bestimmt. Abgesehen von geringen Abweichungen an den Plattenrändern (hier lässt sich der Gradient nicht mit zentralen Differenzenquotienten bestimmen)

ergibt sich bei einheitlicher Normierung eine perfekte Übereinstimmung der beiden Vektorfelder, was MAYSENHÖLDERS Aussage bestätigt.

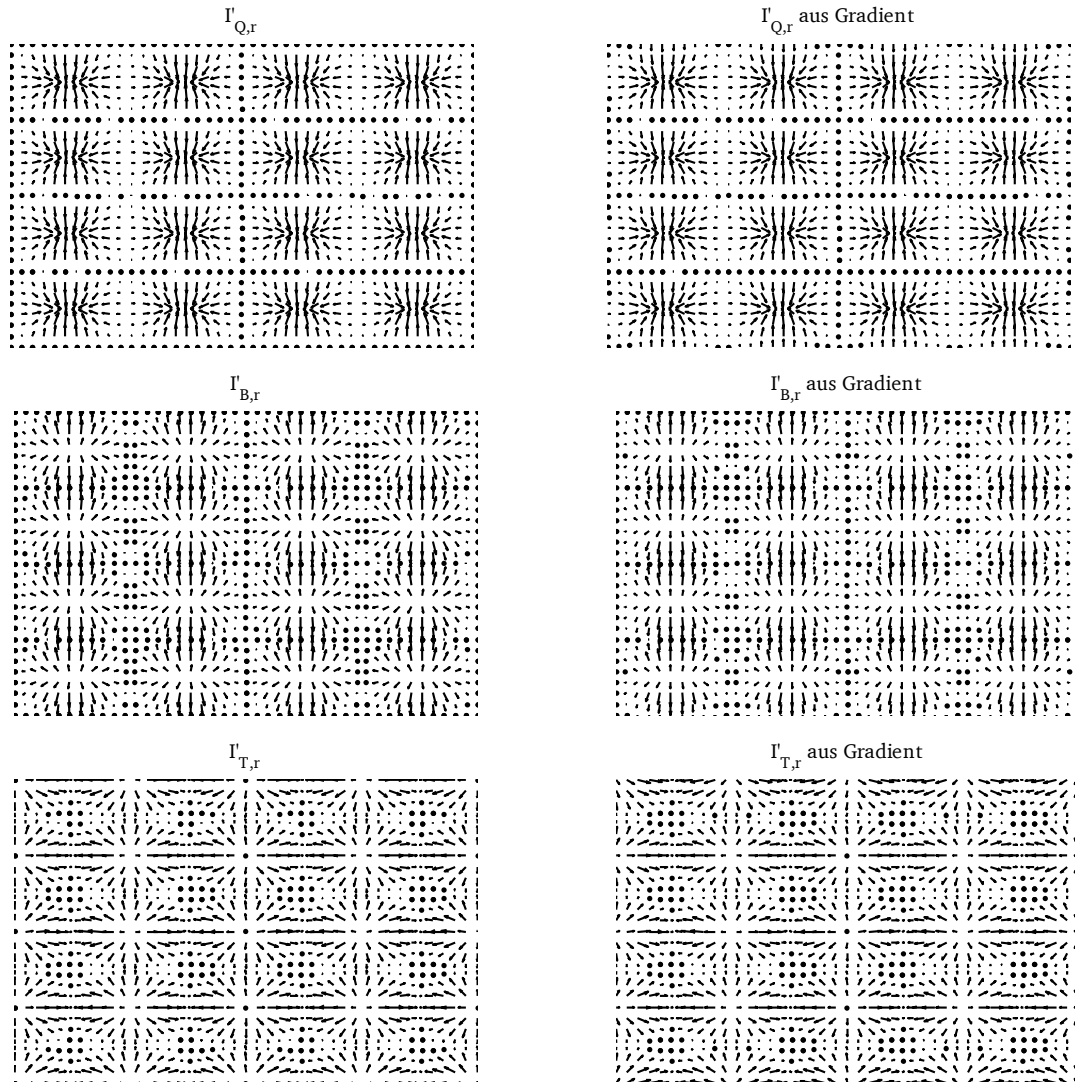


Abbildung 3-4: Vergleich der reaktiven Intensitätskomponenten (links) mit den Gradienten der potenziellen Energiedichte (rechts)

Im Sinne der in dieser Arbeit betrachteten Bedeutung der Energieflüsse in Bezug auf die Körperschalltransferfunktion der maschinenakustischen Grundgleichung (siehe Abschnitt 1.1 und 2.1) ist jedoch lediglich die aktive Intensität von Bedeutung. Aus diesem Grund wird in den folgenden Abschnitten und Kapiteln ausschließlich die Wirkintensität ( $I_a$ ,  $I'_a$  und  $I''_a$ ) betrachtet.

---

### 3.4 Konvergenzbetrachtung der Strukturintensität bei modaler Superposition

---

GAVRIC [15] erwähnt eine schlechte Konvergenz der Strukturintensität bei modaler Superposition<sup>6</sup>. Er zeigt dies am Beispiel einer Rechteckplatte quantitativ durch den Vergleich des Oberflächenintegrals um eine Quelle mit der am Anregungspunkt berechneten mechanischen Eingangsleistung und qualitativ durch eine Betrachtung der Vektorfelder und der Erkennbarkeit der Quellen und Senken. Er betrachtet jedoch nur eine Frequenz der Platte und acht unterschiedliche Mengen von berücksichtigten Eigenschwingungen. Da der Einfluss der Menge der verwendeten Eigenschwingungen bei modaler Superposition offensichtlich von Bedeutung für die Ergebnisqualität ist, wird dies im Hinblick auf die Genauigkeit analytischer und numerischer Berechnungen der STI an dieser Stelle detaillierter untersucht als dies in der genannten Literatur der Fall ist. Zu diesem Zweck werden im Folgenden umfassendere Konvergenzanalysen zur STI von Platten und Balken durchgeführt.

---

#### 3.4.1 Konvergenzanalyse für eine KIRCHHOFF-Platte

---

Zunächst wird die analytische Lösung der Strukturintensität der allseitig gestützten KIRCHHOFF-Platte aus Abschnitt 3.1 betrachtet. Die Geometrie- und Werkstoffdaten werden weitgehend analog zu den Arbeiten von MEUDT [36] und STEIN [58] gewählt:

$$\begin{aligned} l_x &= 580 \text{ mm}, & l_y &= 380 \text{ mm}, & h &= 4 \text{ mm}, \\ E &= 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, & \mu &= 0,3, & \rho &= 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, & \eta &= 0. \end{aligned}$$

Der Unterschied besteht dabei in der Modellierung der Senke durch eine zweite Erregerkraft. Der Kraftangriffspunkt der zweiten Kraft entspricht dabei einer Spiegelung der ersten Kraft am Plattenmittelpunkt. Die beiden harmonischen Erregerkräfte  $F_1$  und  $F_2$  wirken somit an den Angriffspunkten  $(x_1, y_1)$  sowie  $(x_2, y_2)$ :

$$\begin{aligned} F_1 &= \delta(x - x_1)\delta(y - y_1)e^{i(2\pi ft)}, & x_1 &= 410,45 \text{ mm}, & y_1 &= 127,54 \text{ mm}, \\ F_2 &= \delta(x - x_2)\delta(y - y_2)e^{i(2\pi ft + \frac{\pi}{4})}, & x_2 &= 169,55 \text{ mm}, & y_2 &= 252,46 \text{ mm}. \end{aligned}$$

---

<sup>6</sup> Bei der modalen Superposition werden die  $n$  gekoppelten Differentialgleichungen eines Schwingers mit  $n$  Freiheitsgraden auf  $n$  entkoppelte Differentialgleichungen (Eigenschwingungen) zurückgeführt. Die Schwingungsantwort ergibt sich dann aus der Superposition aller Eigenschwingungen.

Aus Gleichung (2.4) folgt mit Gleichung (2.8) für die Energieänderung eines Kontrollvolumens im eingeschwungenen Zustand:

$$\iiint_V \langle \partial e / \partial t \rangle dV = 0 = - \iint_A \mathbf{I}_a \mathbf{n} dA + \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV. \quad (3.26)$$

Für den Fall der STI von Platten und Schalen  $\mathbf{I}'$  reduziert sich das Oberflächenintegral zu einem Umlaufintegral über die geschlossene Strecke  $S$ :

$$0 = - \oint_S \mathbf{I}'_a \mathbf{n} dS + P_{zu} - P_{diss}. \quad (3.27)$$

Die modellierte Platte weist keine inneren Verluste auf und es kann keine Energie über die Plattenränder abfließen (verlustfreie Lagerung). Somit muss eine der beiden Kräfte als einzige Quelle und die andere Kraft als einzige Senke wirken. Jeder beliebige Integrationspfad des Umlaufintegrals, der die beiden Erregerkräfte voneinander trennt, muss daher zur Eingangsleistung  $P_{zu}$  oder zur Dissipationsleistung  $P_{diss}$  führen. Für die folgenden Analysen wird der Integrationspfad  $S$  zunächst so gewählt, dass er die Platte in  $x$ -Richtung halbiert (siehe Abbildung 3-5).

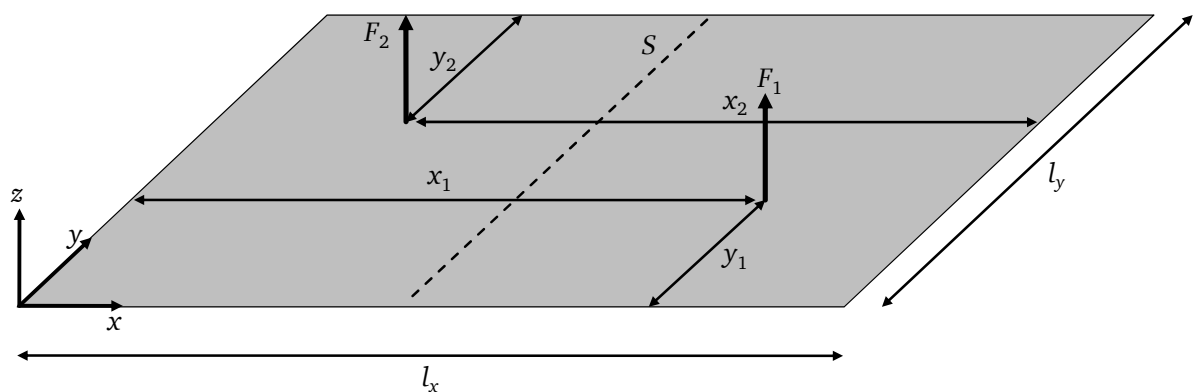


Abbildung 3-5: Integrationspfad

Dabei wird das Integral durch eine Summe über 140.000 äquidistante Segmente mit der entsprechenden  $y$ -Koordinate des Segmentmittelpunktes  $y_j$  mit

$$y_j = \left(j - \frac{1}{2}\right) \frac{l_y}{140000}, \quad j = 1, \dots, 140000, \quad (3.28)$$

numerisch angenähert:

$$\int_0^{l_y} \mathbf{I}'_a \left(x = \frac{l_x}{2}, y\right) \mathbf{n} dy \approx \sum_{j=1}^{140000} \mathbf{I}'_a \left(x = \frac{l_x}{2}, y_j\right) \mathbf{n} \frac{l_y}{140000}. \quad (3.29)$$

Untersucht werden die ersten 30 Eigenfrequenzen der Platte. Diese sind in aufsteigender Reihenfolge mit einer Notation gemäß Gleichung (3.7) in Tabelle 3-1 aufgeführt. Bei der modalen Superposition werden zunächst bis zu 5.000 Eigenschwingungen berücksichtigt.

Tabelle 3-1: Eigenfrequenzen der KIRCHHOFF-Platte

Nr.	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>f<sub>mn</sub></i> in Hz	Nr.	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>f<sub>mn</sub></i> in Hz	Nr.	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>f<sub>mn</sub></i> in Hz
1	1	1	97,3	11	5	1	799,0	21	7	1	1500,6
2	2	1	185,0	12	3	3	876,0	22	4	4	1557,4
3	1	2	301,7	13	5	2	1003,3	23	6	3	1665,4
4	3	1	331,2	14	4	3	1080,7	24	7	2	1704,9
5	2	2	389,4	15	1	4	1118,9	25	1	5	1731,8
6	3	2	535,5	16	6	1	1120,5	26	2	5	1819,5
7	4	1	535,8	17	2	4	1206,6	27	5	4	1820,5
8	1	3	642,2	18	6	2	1324,8	28	8	1	1939,1
9	2	3	729,9	19	5	3	1343,8	29	3	5	1965,7
10	4	2	740,2	20	3	4	1352,8	30	7	3	2045,4

Zur Bewertung der Konvergenz bei modaler Superposition wird der prozentuale Anteil  $P_{\%}$  der aus der STI ermittelten Eingangsleistung und der aus dem Produkt aus Kraft und Schnelle am Kraftangriffspunkt berechneten Eingangsleistung bestimmt:

$$P_{\%}(i) = \frac{\oint \mathbf{I}'_a \mathbf{n} dS}{\frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{v}^*)} \cdot 100\%. \quad (3.30)$$

Dabei stellt der Zähler den bei  $i$  superponierten Eigenschwingungen fehlerbehafteten Wert dar, wohingegen der Nenner den (exakten) Vergleichswert enthält. Die Verläufe der Bewertungsgröße  $P_{\%}$  für ausgewählte Eigenfrequenzen sind Abbildung 3-6 zu entnehmen. Es zeigt sich, dass die Konvergenz von Frequenz zu Frequenz stark variiert. Eine Abhängigkeit der

Konvergenz vom Frequenzbereich ergibt sich zunächst nicht, da sich in allen Frequenzbereichen Beispiele für eine schnellere (z. B. Eigenfrequenzen 5 und 22) und langsamere Konvergenz (z. B. Eigenfrequenzen 3 und 29) finden lassen. Die Konvergenz hängt im gewählten Beispiel vielmehr von der entsprechenden Schwingform ab.

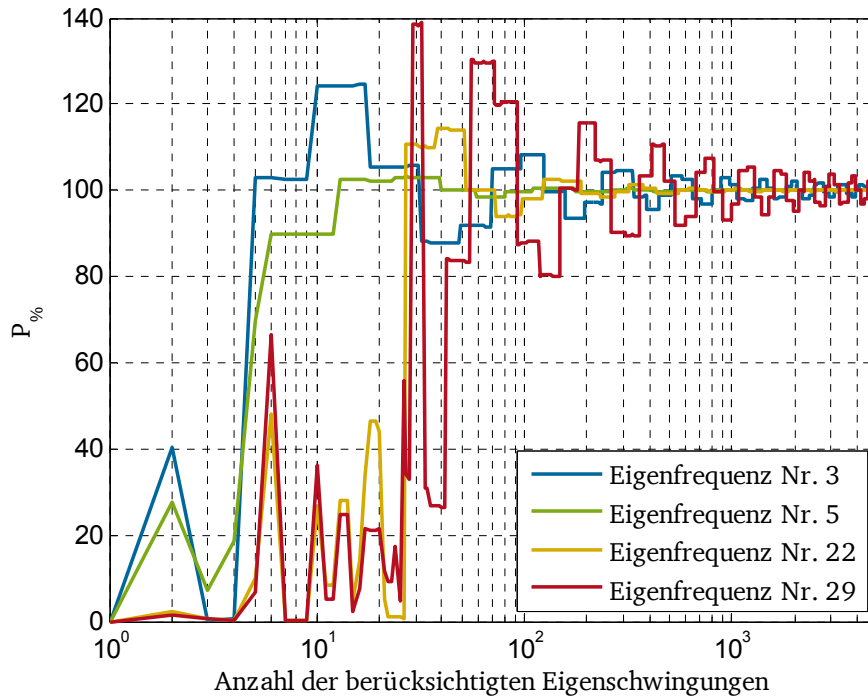


Abbildung 3-6: Konvergenz für ausgewählte Eigenfrequenzen

In Tabelle 3-2 ist für alle analysierten Eigenfrequenzen die Zahl der Eigenmoden aufgeführt, welche benötigt werden, um eine Fehlerschwelle  $P_{\text{Fehler}}$

$$P_{\text{Fehler}}(i) = P_{\%}(i) - 100\%, \quad (3.31)$$

von 10%, 5%, 1%, 0,5% und 0,1% zu unterschreiten. Schattierte Zellen deuten an, dass die entsprechende Fehlerschwelle mit den maximal 5.000 berücksichtigten Eigenmoden nicht unterschritten werden kann.

Tabelle 3-2: Konvergenzgrenzen der STI entlang eines Integrationspfads

Nr.	$ P_{\text{Fehler}}  < 10\%$	$ P_{\text{Fehler}}  < 5\%$	$ P_{\text{Fehler}}  < 1\%$	$ P_{\text{Fehler}}  < 0,5\%$	$ P_{\text{Fehler}}  < 0,1\%$
1	$\geq 46$	$\geq 190$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
2	$\geq 11$	$\geq 11$	$\geq 78$	$\geq 173$	$\geq 1098$
3	$\geq 49$	$\geq 196$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
4	$\geq 190$	$\geq 961$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
5	$\geq 13$	$\geq 13$	$\geq 81$	$\geq 175$	$\geq 1057$
6	$\geq 35$	$\geq 78$	$\geq 917$	$\geq 3310$	$i > 5000$
7	$\geq 35$	$\geq 78$	$\geq 917$	$\geq 3819$	$i > 5000$
8	$\geq 35$	$\geq 76$	$\geq 1575$	$i > 5000$	$i > 5000$
9	$\geq 40$	$\geq 81$	$\geq 643$	$\geq 2910$	$i > 5000$
10	$\geq 40$	$\geq 81$	$\geq 358$	$\geq 681$	$\geq 3654$
11	$\geq 46$	$\geq 190$	$\geq 4279$	$i > 5000$	$i > 5000$
12	$\geq 42$	$\geq 163$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
13	$\geq 49$	$\geq 196$	$\geq 3918$	$i > 5000$	$i > 5000$
14	$\geq 254$	$\geq 963$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
15	$\geq 61$	$\geq 207$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
16	$\geq 35$	$\geq 35$	$\geq 535$	$\geq 2253$	$i > 5000$
17	$\geq 27$	$\geq 27$	$\geq 97$	$\geq 187$	$\geq 1117$
18	$\geq 40$	$\geq 81$	$\geq 358$	$\geq 757$	$\geq 4493$
19	$\geq 81$	$\geq 207$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
20	$\geq 249$	$\geq 1264$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
21	$\geq 2323$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
22	$\geq 52$	$\geq 52$	$\geq 374$	$\geq 431$	$\geq 3501$
23	$\geq 440$	$\geq 1461$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
24	$\geq 2221$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
25	$\geq 72$	$\geq 220$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
26	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
27	$\geq 61$	$\geq 139$	$\geq 3088$	$i > 5000$	$i > 5000$
28	$\geq 35$	$\geq 78$	$\geq 354$	$\geq 676$	$\geq 4569$
29	$\geq 468$	$\geq 1484$	$i > 5000$	$i > 5000$	$i > 5000$
30	$\geq 70$	$\geq 83$	$\geq 796$	$\geq 2763$	$i > 5000$

Vergleicht man die Konvergenz bei den gewählten Eigenfrequenzen, so fällt auf, dass Schwingformen mit einer ungeraden Anzahl von halben Biegewellenlängen in x-Richtung (z. B. Eigenfrequenzen 1, 3, 4 sowie 21) deutlich schlechter konvergieren als Schwingformen mit einer geraden Anzahl von halben Biegewellenlängen in x-Richtung (z. B. Eigenfrequenzen 2, 5, 17, und 28). Da der gewählte Integrationspfad die Platte bei  $x = a/2$  halbiert, deutet dies darauf hin, dass die Konvergenz im Bereich der Knotenlinien der Schwingformen besser ist als außerhalb (z. B. in den Amplitudenmaxima). Um dies zu überprüfen, wird der Integrationspfad für die vierte Eigenfrequenz in die Knotenlinie  $x = 2a/3$  verlegt und mit dem ursprünglichen Verlauf verglichen. Die Ergebnisse sind Abbildung 3-7 zu entnehmen. Das Verlegen des Integrationspfades vom lokalen Amplitudenmaximum in die Knotenlinie verbessert die Konvergenz bei der vierten Eigenfrequenz deutlich.



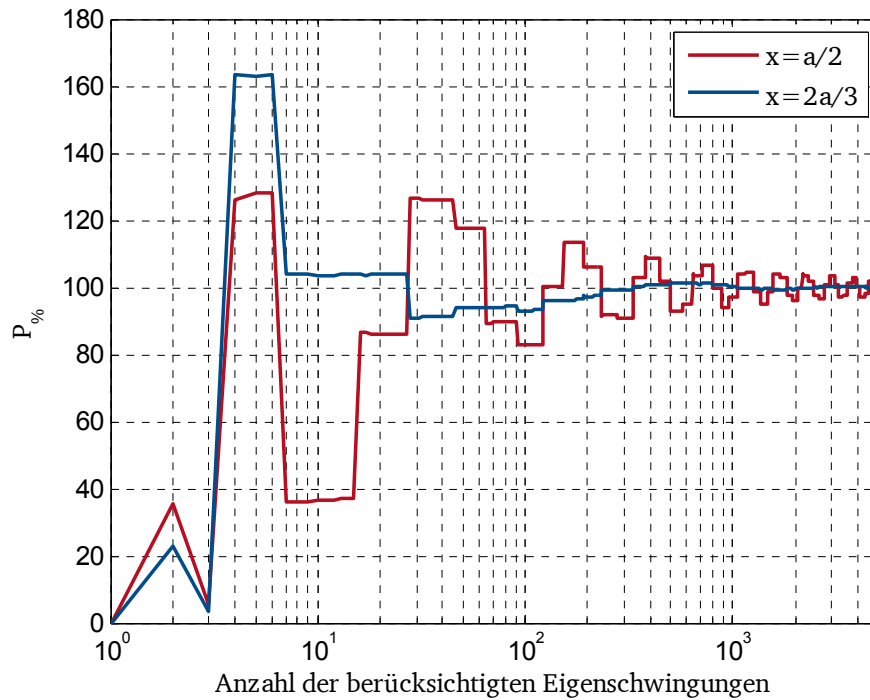


Abbildung 3-7: Konvergenz für die 4. Resonanzfrequenz bei zwei unterschiedlichen Integrationspfaden

Um dies weiter zu verdeutlichen, wird nun der Integrationspfad bei der vierten Eigenfrequenz in fünf äquidistanten Schritten vom lokalen Schwingungsmaximum bei  $x = a/2$  in die Knotenlinie bei  $x = 2a/3$  verschoben (siehe Abbildung 3-8). Bei der Auswertung der Ergebnisse zeigt sich, dass die Konvergenz mit jedem Schritt in Richtung der Knotenlinie besser wird. Die Vermutung, dass die Vektoren des STI-Feldes bei modaler Superposition in den Knotenlinien der Schwingform schneller konvergieren, wird somit bestätigt.

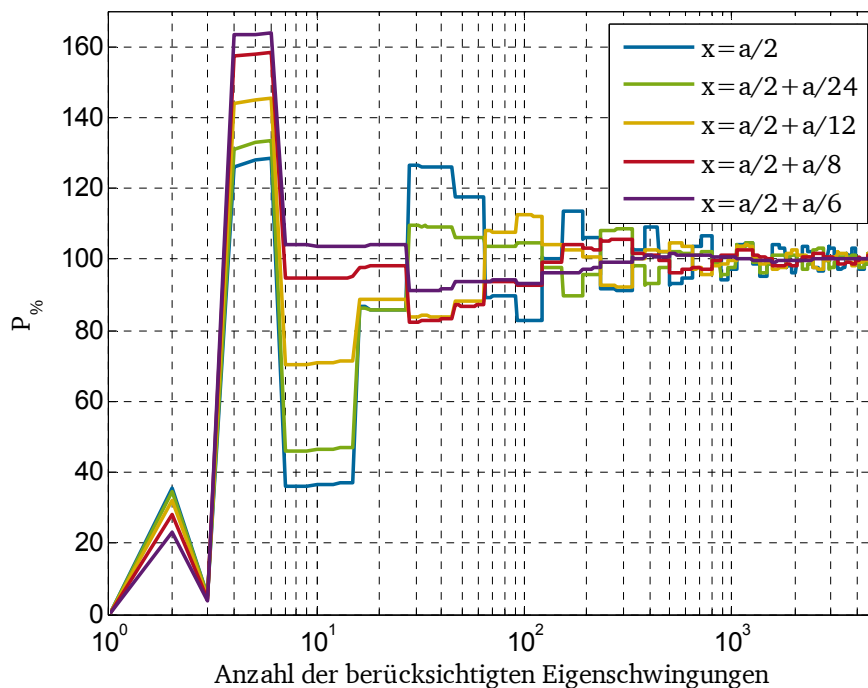


Abbildung 3-8: Konvergenz der 4. Resonanzfrequenz bei unterschiedlichen Integrationspfaden

Legt man der Berechnung von  $P_{\%}$  nicht die Gesamtintensität  $I'$  zu Grunde, sondern zerlegt diese in die Anteile aus der Querkraft  $P_{\%,Q}$ , dem Biegemoment  $P_{\%,B}$  sowie dem Torsionsmoment  $P_{\%,T}$  (vgl. Gleichung (2.25)), so zeigt sich, dass die teils schlechte Konvergenz hauptsächlich auf den Querkraftanteil der STI zurückzuführen ist (siehe Abbildung 3-9 bis Abbildung 3-11). Die Verläufe der Fehlerschwelle sind für die beiden Momentenanteile unabhängig vom Integrationspfad weitgehend glatt. Für den Anteil aus dem Biegemoment ist zwar zu beobachten, dass der Verlauf im lokalen Maximum der Plattenschwingung  $u_z$  schneller konvergiert als im Bereich der Knotenlinie, jedoch sind die Ausschläge beim Querkraftanteil deutlich größer. Dabei konvergiert der Querkraftanteil im Gegensatz zum Anteil des Biegemoments in der Knotenlinie deutlich schneller als im lokalen Schwingungsmaximum. Die Konvergenz wird somit maßgeblich vom Querkraftanteil der STI beeinflusst. Die leicht schlechtere Konvergenz des Biegemomentanteils in den Knotenlinien hat auf die Konvergenz der Gesamtintensität einen vernachlässigbaren Einfluss. Einerseits sind die Beträge der Abweichungen deutlich geringer. Andererseits konvergiert der Querkraftanteil in den Knotenlinien sehr schnell und dominiert hier auch die Gesamtintensität (in diesem Beispiel mit einem Anteil von etwa 80% im Vergleich zu etwa 40% im lokalen Maximum).

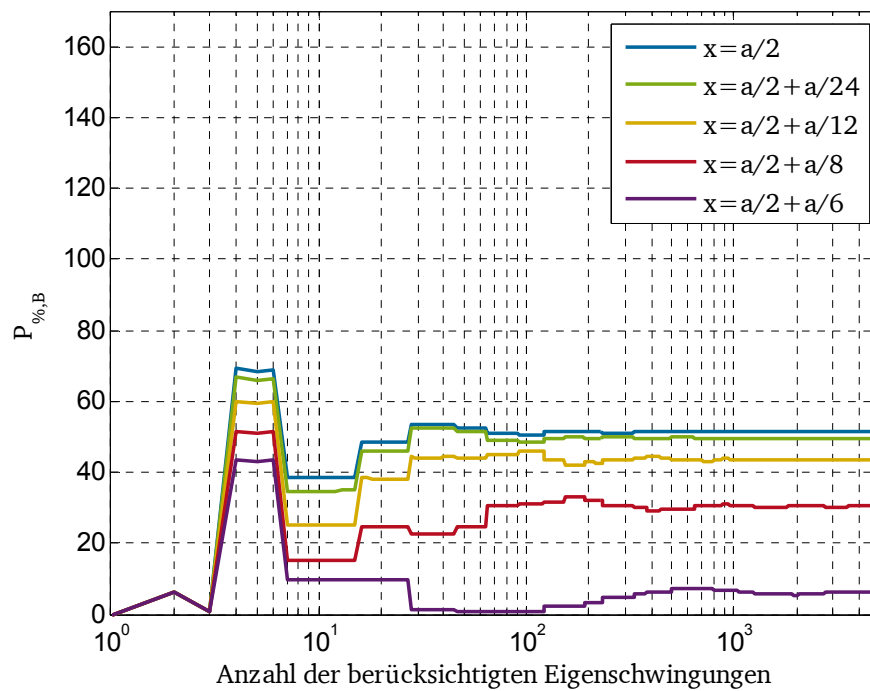


Abbildung 3-9: Konvergenz des Biegemomentanteils für Eigenfrequenz Nr. 4

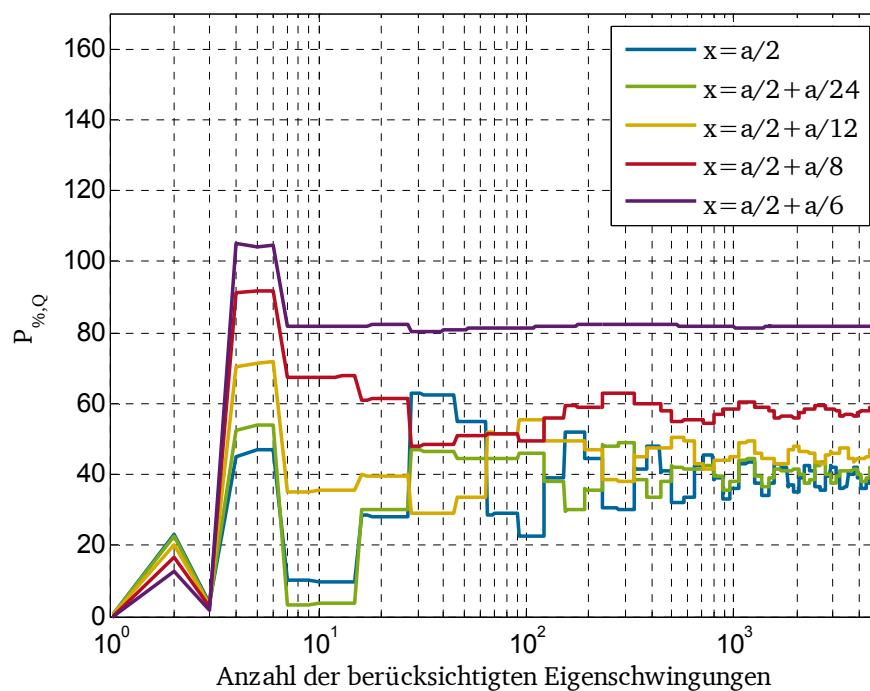


Abbildung 3-10: Konvergenz des Querkraftanteils für Eigenfrequenz Nr. 4

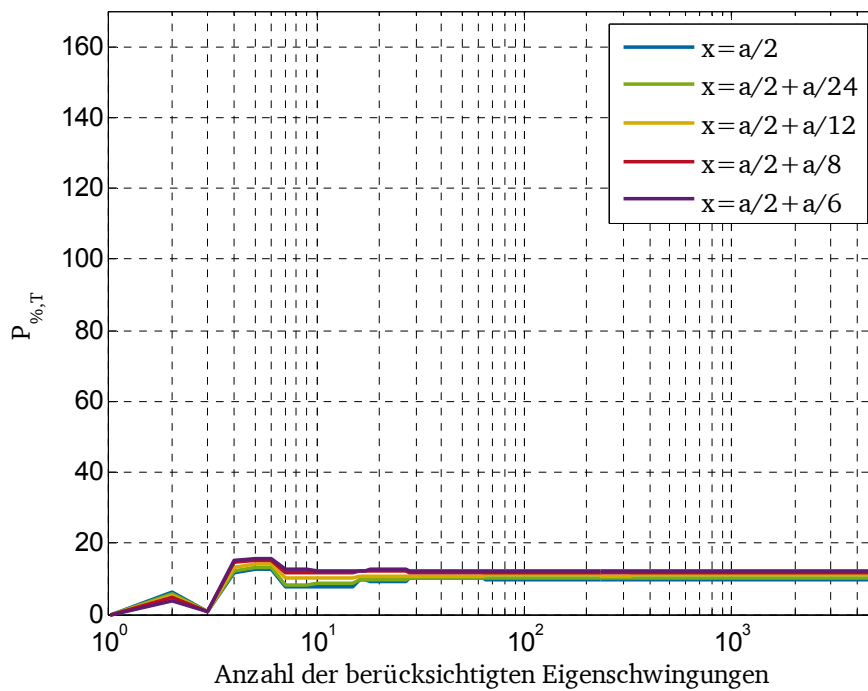


Abbildung 3-11: Konvergenz des Torsionsmomentanteils für Eigenfrequenz Nr. 4

Bei Betrachtung der Verläufe des Querkraftanteils  $Q_x$  und des Biegemomentanteils  $M_x$  auf der Platte (Abbildung 3-12 und Abbildung 3-13) fällt auf, dass der Betrag des Querkraftanteils im Bereich der Knotenlinie einen Nulldurchgang und den größten Gradienten aufweist. Der Phasenverlauf springt in der Knotenlinie um  $\pi/2$ . Bei dem Verlauf des Biegemoments treten diese Phänomene im Bereich des lokalen Maximums von  $u_z$  auf. Es ist für beide Verläufe somit zu beobachten, dass eine schnelle Konvergenz der entsprechenden Komponente mit einem lokalen Amplitudenmaximum der Schnittgröße, einem geringen Gradienten der Amplitude der Schnittgröße und einem annähernd konstanten Phasenverlauf einhergeht. Umgekehrt tritt schlechte Konvergenz im Bereich des Nulldurchgangs der Amplitude, eines großen Gradienten der Amplitude und eines Phasensprung auf.

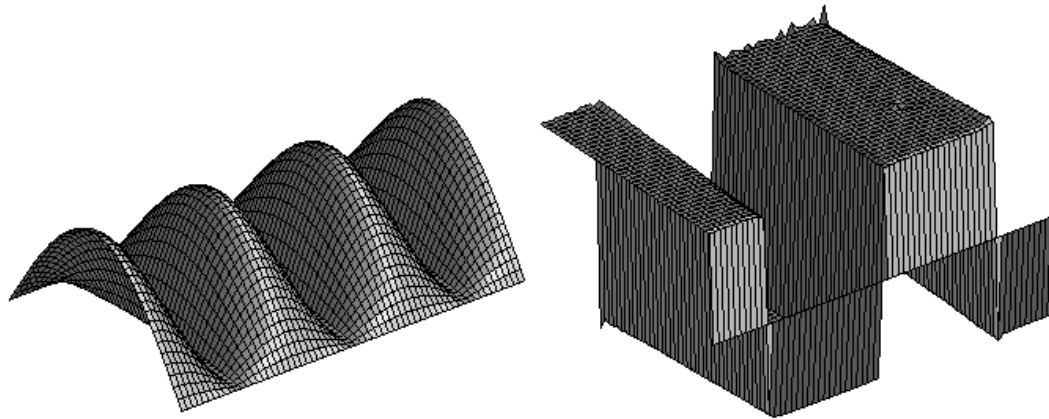


Abbildung 3-12: Querkraftkomponente  $Q_x$  der Eigenfrequenz Nr. 4 (links Betrag, rechts Phase)

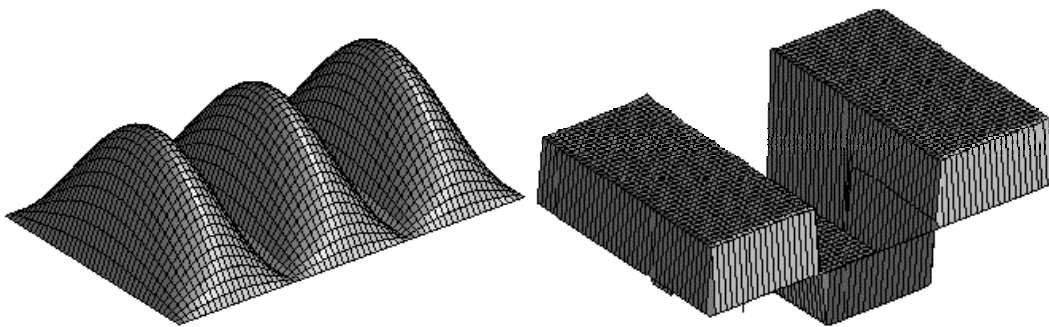


Abbildung 3-13: Biegemomentkomponente  $M_x$  der Eigenfrequenz Nr. 4 (links Betrag, rechts Phase)

Die bisherigen Ergebnisse machen deutlich, dass der gewählte Ansatz zur Bewertung der Konvergenz bei modaler Superposition auf Basis der Eingangsleistung, wie ihn auch GAVRIC [15] verwendet, ungeeignet ist, um die Konvergenz pauschal zu bewerten. Wechselwirkungen zwischen der Erregerfrequenz oder der Schwingform und dem Integrationspfad beeinflussen maßgeblich die Konvergenz. Daher wird im nächsten Schritt das gesamte Vektorfeld der Platte zur Beurteilung der Konvergenz herangezogen. Hierfür wird die Platte mit 10.795 (127·85) Stützstellen mit zugehörigem Ortsvektor  $\mathbf{r}_j$  zur Berechnung der Strukturintensität diskretisiert. Aus den vorangegangenen Untersuchungen kann abgeleitet werden, dass die Konvergenz zwischen den Knotenlinien deutlich schlechter ist als entlang der Knotenlinien. Da die gesamte Platte anstatt eines Integrationspfades analysiert werden soll, werden für die folgenden Konvergenzanalysen bis zu  $i=10.000$  Eigenschwingungen bei der modalen Superposition berücksichtigt, um auch zwischen den Knotenlinien möglichst genaue Ergebnisse zu erzielen. Als Bewertungsgröße für die Konvergenz wird nun die mittlere prozentuale Abweichung  $\Delta\%$  der

STI mit  $i$  berücksichtigten Eigenschwingungen von der mit  $10^4$  superponierten Eigenschwingungen bestimmt

$$\Delta_{\%}(i) = \max \left( \left| \frac{I'_{a,x}(\mathbf{r}_j, i) - I'_{a,x}(\mathbf{r}_j, 10^4)}{I'_{a,x}(\mathbf{r}_j, 10^4)} \right|, \left| \frac{I'_{a,y}(\mathbf{r}_j, i) - I'_{a,y}(\mathbf{r}_j, 10^4)}{I'_{a,y}(\mathbf{r}_j, 10^4)} \right| \right) \cdot 100\%. \quad (3.32)$$

Der Überstrich in Gleichung (3.32) bezeichnet dabei den arithmetischen Mittelwert. Diese neue Bewertungsgröße der Konvergenz bei modaler Superposition ist somit ortsunabhängig. Es ist jedoch zu beachten, dass im Gegensatz zum bisherigen Vorgehen der Bezugswert für die 0%-Fehlermarke ebenfalls fehlerbehaftet ist. Es wird fälschlicherweise angenommen, dass der Wert eines Intensitätsvektors bei 10.000 berücksichtigten Eigenschwingungen physikalisch korrekt ist, was jedoch nur für unendlich viele Eigenschwingungen der Fall ist. Dies führt dazu, dass die Konvergenz für alle betrachteten Frequenzen überschätzt wird und generell schlechter ist, als im Folgenden abgeschätzt wird. Aus der Konvergenzbetrachtung über den Integrationspfad kann jedoch abgeleitet werden, dass für die meisten hier untersuchten Frequenzen eine Grenze von 10.000 berücksichtigten Eigenschwingungen als hinreichend genau angenommen werden kann. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind für ausgewählte Frequenzen Abbildung 3-14 bis Abbildung 3-16 zu entnehmen. Die Verläufe der mittleren Abweichung  $\Delta_{\%}$  weisen für alle Eigenfrequenzen ein gemeinsames Muster auf. So verläuft die Fehlerkurve zunächst etwa konstant bei 100%, fällt dann sprunghaft im Bereich der dominanten Eigenschwingung ab und geht dann in einen exponentiell abfallenden Verlauf bis auf 0% bei  $i=10.000$  über. Dabei variiert im Wesentlichen nur die Größe des Sprungs von Eigenfrequenz zu Eigenfrequenz. Tendenziell ist dieser Sprung umso größer, je höher die Eigenfrequenz ist, auch wenn dies nicht für alle Frequenzen zutrifft. So konvergieren z. B. die Eigenfrequenzen 3 und 4 deutlich schneller als ihre Nachbarn im Frequenzspektrum. Gleiches gilt für die Eigenfrequenzen 12 und 14, wohingegen beispielsweise die Eigenfrequenzen 11 und 13 schlechter konvergieren als ihre Nachbarfrequenzen.

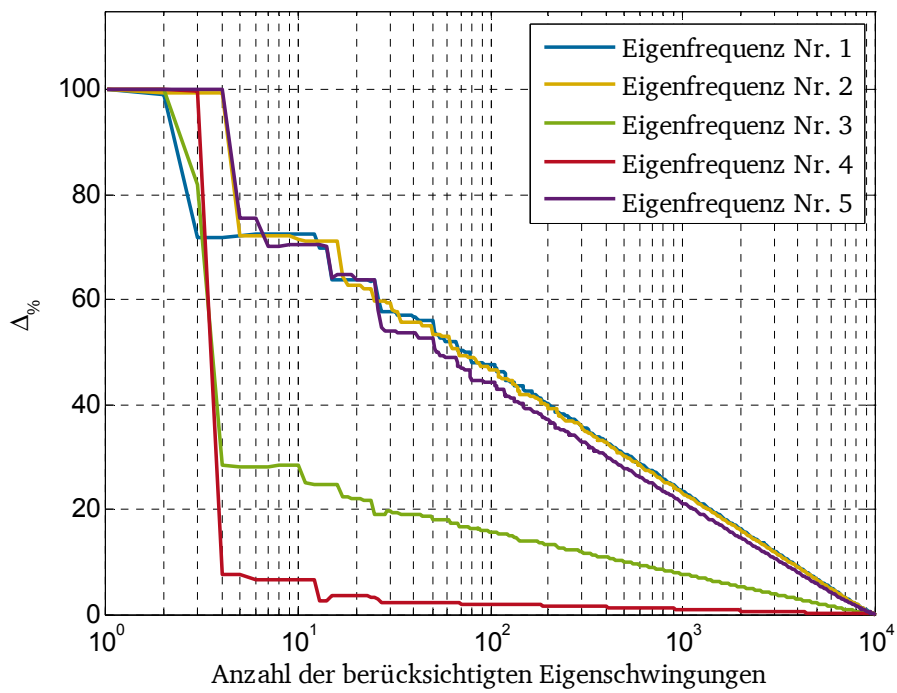


Abbildung 3-14: Konvergenz für Eigenfrequenzen 1 bis 5 der Platte

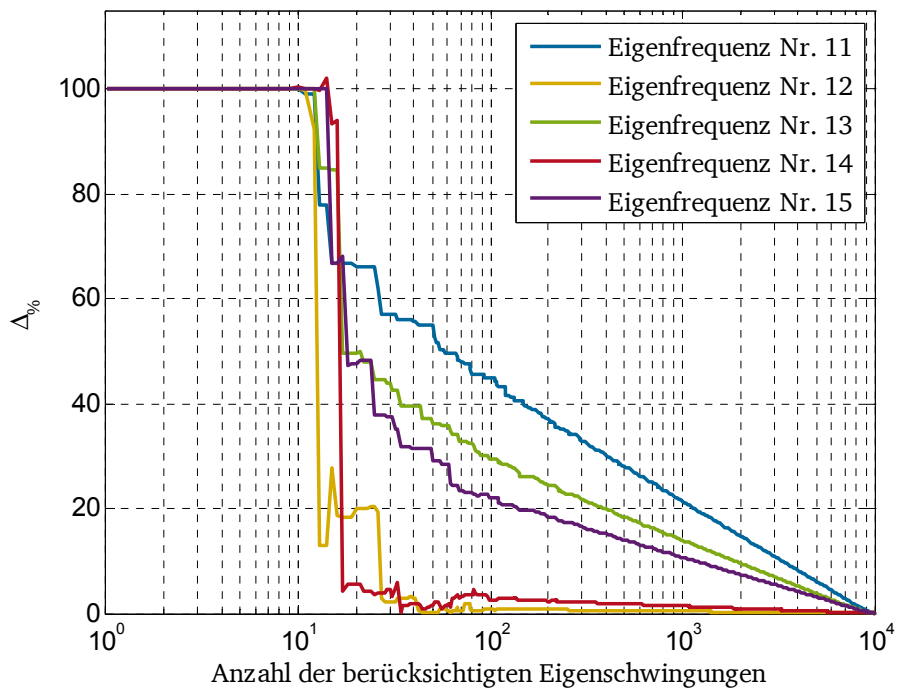


Abbildung 3-15: Konvergenz für Eigenfrequenzen 11 bis 15 der Platte

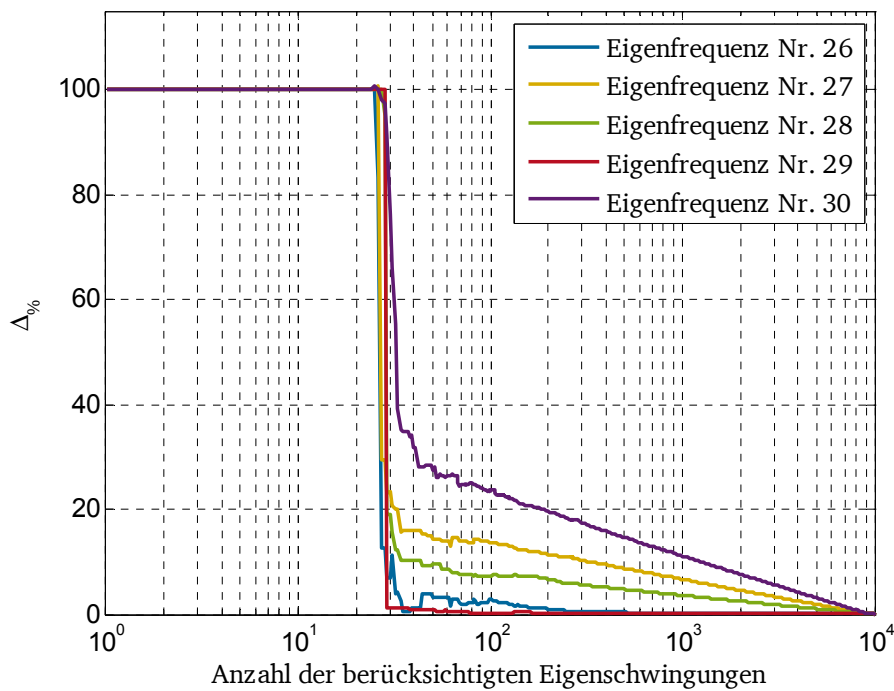


Abbildung 3-16: Konvergenz für Eigenfrequenzen 26 bis 30 der Platte

In Tabelle 3-3 sind analog zur Tabelle 3-2 wiederum die benötigten Eigenschwingungen für alle untersuchten Eigenfrequenzen aufgeführt, welche notwendig sind, um die Fehlerschwellen von 10%, 5%, 1%, 0,5% und 0,1% zu unterschreiten. Eine pauschale Schwelle der benötigten Eigenschwingungen lässt sich nicht ableiten. Auch wenn es eine Tendenz zu einer schnelleren Konvergenz bei höheren Eigenfrequenzen gibt, lässt sich keine Gesetzmäßigkeit erkennen. Über den gesamten betrachteten Frequenzbereich treten Beispiele für eine schnelle Konvergenz und eine langsame Konvergenz auf.



Tabelle 3-3: Mittlere Fehlerschwellen der STI bei modaler Superposition

Nr.	$\Delta_{\%} < 10\%$	$\Delta_{\%} < 5\%$	$\Delta_{\%} < 1\%$	$\Delta_{\%} < 0,5\%$	$\Delta_{\%} < 0,1\%$
1	$\geq 3695$	$\geq 5972$	$\geq 8906$	$\geq 9392$	$\geq 9871$
2	$\geq 3632$	$\geq 5908$	$\geq 8872$	$\geq 9339$	$\geq 9849$
3	$\geq 523$	$\geq 2177$	$\geq 6958$	$\geq 8293$	$\geq 9594$
4	$\geq 4$	$\geq 13$	$\geq 926$	$\geq 3031$	$\geq 7814$
5	$\geq 3254$	$\geq 5463$	$\geq 8627$	$\geq 9215$	$\geq 9830$
6	$\geq 1686$	$\geq 4059$	$\geq 8213$	$\geq 9056$	$\geq 9794$
7	$\geq 1686$	$\geq 4059$	$\geq 8213$	$\geq 9056$	$\geq 9794$
8	$\geq 59$	$\geq 106$	$\geq 1841$	$\geq 8517$	$\geq 9795$
9	$\geq 10$	$\geq 11$	$\geq 44$	$\geq 59$	$\geq 159$
10	$\geq 868$	$\geq 2865$	$\geq 7572$	$\geq 8740$	$\geq 9795$
11	$\geq 3342$	$\geq 5651$	$\geq 8666$	$\geq 9227$	$\geq 9833$
12	$\geq 27$	$\geq 27$	$\geq 79$	$\geq 556$	$\geq 9233$
13	$\geq 1886$	$\geq 4133$	$\geq 8014$	$\geq 8847$	$\geq 9720$
14	$\geq 17$	$\geq 34$	$\geq 1903$	$\geq 4335$	$\geq 9239$
15	$\geq 1155$	$\geq 3376$	$\geq 7818$	$\geq 8700$	$\geq 9738$
16	$\geq 324$	$\geq 1753$	$\geq 6829$	$\geq 8081$	$\geq 9523$
17	$\geq 467$	$\geq 2128$	$\geq 7126$	$\geq 8266$	$\geq 9606$
18	$\geq 27$	$\geq 72$	$\geq 3434$	$\geq 5616$	$\geq 8697$
19	$\geq 20$	$\geq 20$	$\geq 34$	$\geq 38$	$\geq 467$
20	$\geq 20$	$\geq 20$	$\geq 70$	$\geq 125$	$\geq 4144$
21	$\geq 28$	$\geq 51$	$\geq 1590$	$\geq 6333$	$\geq 9655$
22	$\geq 217$	$\geq 1386$	$\geq 6703$	$\geq 8078$	$\geq 9633$
23	$\geq 29$	$\geq 32$	$\geq 70$	$\geq 149$	$\geq 2716$
24	$\geq 25$	$\geq 25$	$\geq 25$	$\geq 86$	$\geq 133$
25	$\geq 28$	$\geq 52$	$\geq 2195$	$\geq 4381$	$\geq 8010$
26	$\geq 32$	$\geq 32$	$\geq 200$	$\geq 334$	$\geq 7083$
27	$\geq 338$	$\geq 1721$	$\geq 6681$	$\geq 7946$	$\geq 9413$
28	$\geq 44$	$\geq 424$	$\geq 5075$	$\geq 6953$	$\geq 9163$
29	$\geq 29$	$\geq 29$	$\geq 38$	$\geq 165$	$\geq 1217$
30	$\geq 1242$	$\geq 3424$	$\geq 7712$	$\geq 8594$	$\geq 9635$

Zum Abschluss der Konvergenzanalysen am Beispiel der Platte erfolgt nach der quantitativen Bewertung eine qualitative Bewertung der Konvergenz. Hierzu sind zunächst für Eigenfrequenz Nr. 26, welche gemäß Tabelle 3-3 eine schnelle Konvergenz aufweist, in Abbildung 3-17 die Vektorfelder bei 20, 25, 30, 50, 500 und 10.000 berücksichtigten Eigenschwingungen dargestellt. Die gezeigten Vektoren sind normiert, die Längeninformation ist in der Farbdarstellung enthalten. Die größte qualitative Änderung erfährt das Vektorfeld im Bereich der sprunghaften Konvergenzänderung, die zuvor festgestellt wurde. Ab diesem Sprung bleibt das Muster der Energiepfade (Richtungsinformation) weitgehend unveränderlich, lediglich die Amplitudenverteilung ändert sich bei Hinzunahme weiterer Eigenschwingungen. Um die konzentrierte Intensität im Bereich der Quelle und Senke ausreichend genau abbilden zu können, werden etwa 500 Eigenschwingungen benötigt. Eine weitere Verwendung von bis zu 10.000 Eigenschwingungen bringt keine weiteren qualitativ signifikanten Verbesserungen.

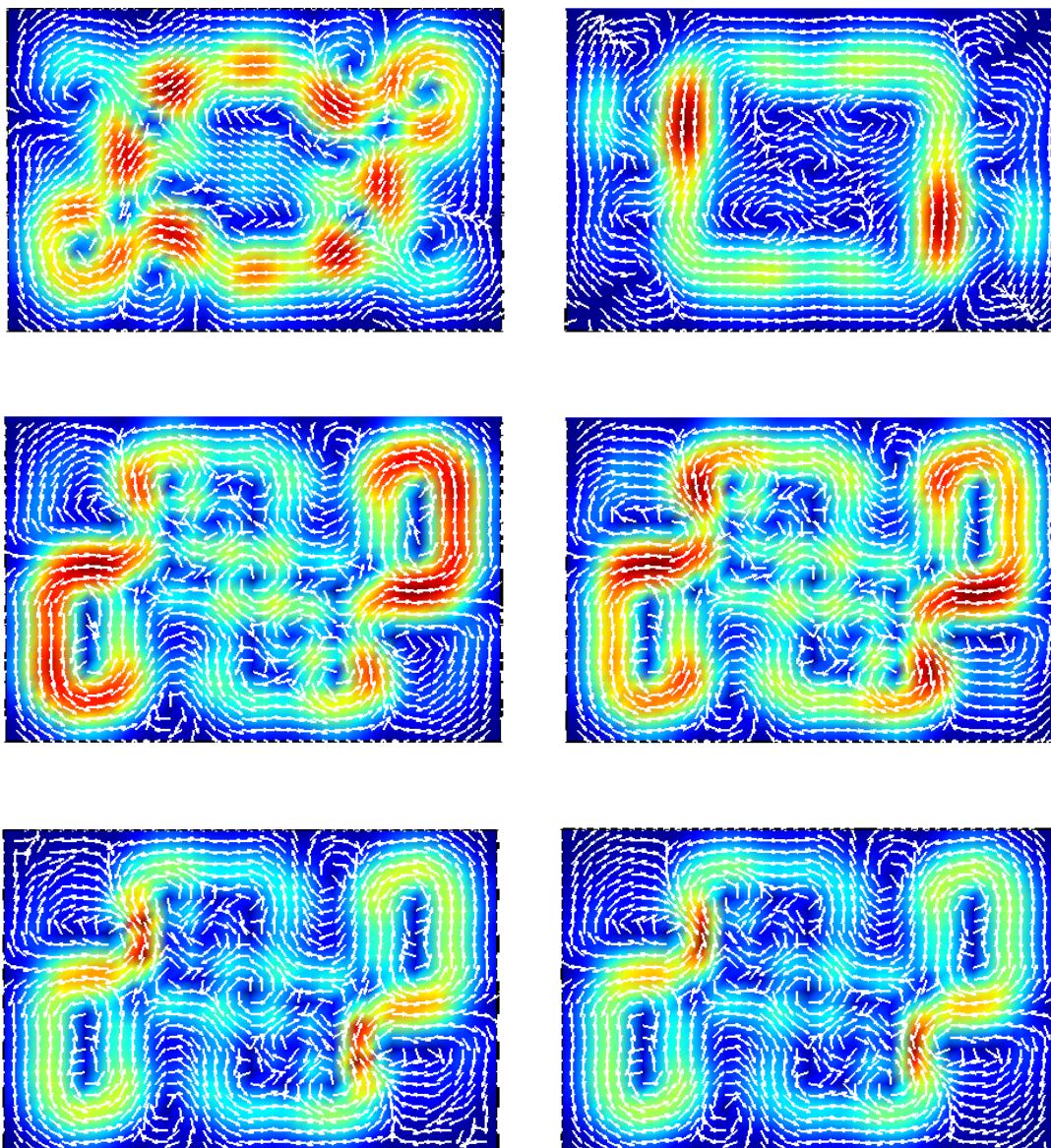


Abbildung 3-17: Eigenfrequenz Nr. 26 bei 20 (oben links), 25 (oben rechts), 30 (mitte links), 50 (mitte rechts), 500 (unten links) und 10.000 (unten rechts) berücksichtigten Eigenschwingungen

Als weiteres Beispiel zeigt Abbildung 3-18 analog die Verläufe der ersten Eigenfrequenz bei 5, 25, 50, 100, 500 sowie 10.000 berücksichtigten Eigenmoden. Die erste Eigenfrequenz konvergiert nach Tabelle 3-3 sehr langsam. Es zeigt sich, dass etwa 25 Eigenschwingungen benötigt werden, um Quelle und Senke im Vektorfeld und die Flussrichtung erkennen zu können. Erst im Bereich von 500 verwendeten Eigenschwingungen verschieben sich die Maxima des Vektorfeldes in den Bereich der Erregerkräfte. Ab etwa 10.000 berücksichtigten Eigenschwingungen sind Quelle und Senke auch bezüglich des Betrags der STI scharf auf der Platte abgegrenzt.

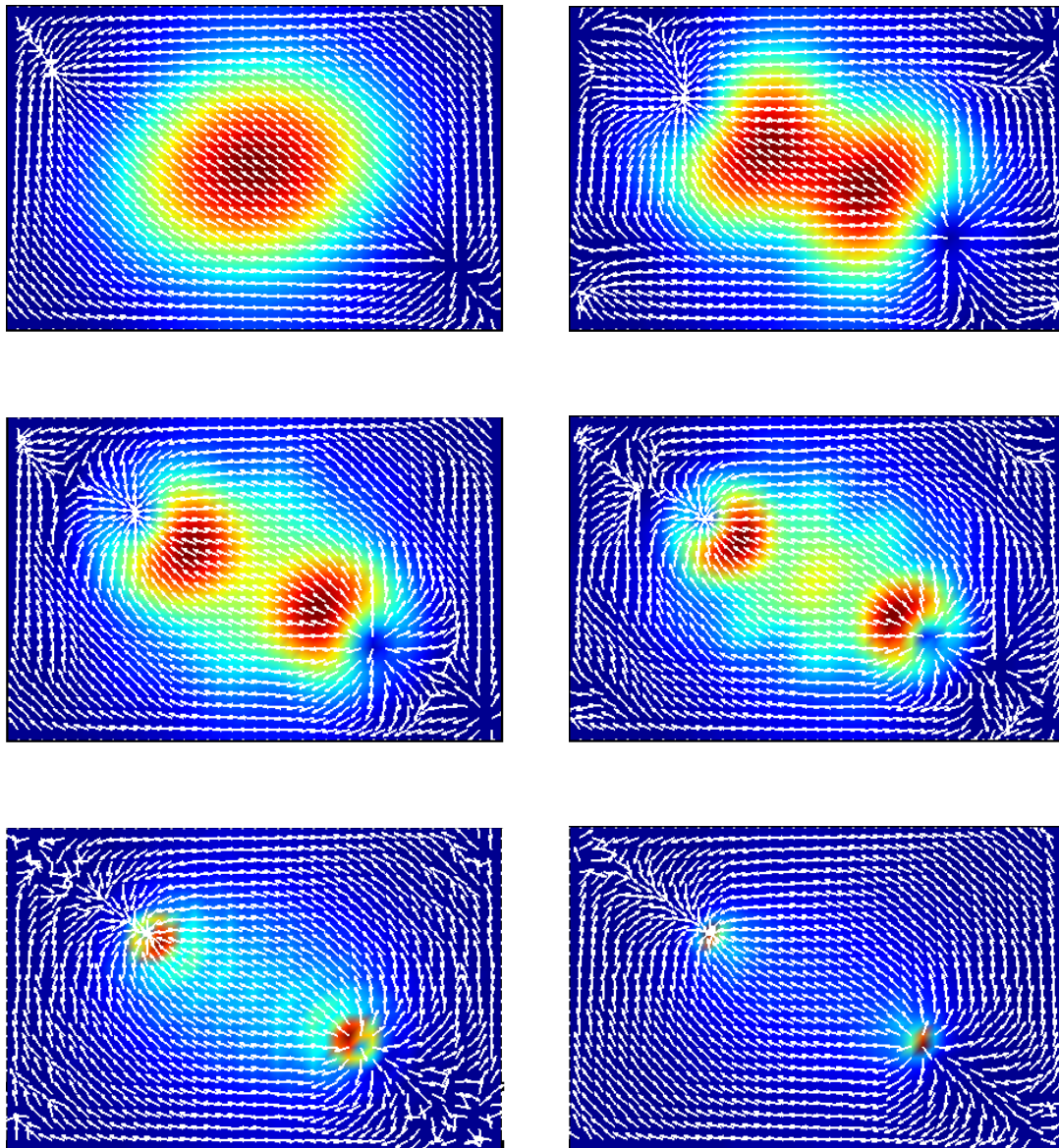


Abbildung 3-18: Eigenfrequenz Nr. 1 bei 5 (oben links), 25 (oben rechts), 50 (mitte links), 100 (mitte rechts), 500 (unten links) und 10.000 (unten rechts) berücksichtigten Eigenschwingungen

Aus den vorliegenden qualitativen und quantitativen Untersuchungen der Konvergenz der STI bei modaler Superposition lässt sich ableiten, dass es für quantitativ zuverlässige Aussagen unerlässlich ist, mehrere tausend Eigenschwingungen zu verwenden, da je nach Frequenz selbst bei 1000 Eigenschwingungen noch mit quantitativen Fehlern zwischen 10% und 20% zu rechnen ist. Für qualitative Bewertungen, bei denen lediglich die Flussrichtung der Energie von Interesse ist, scheint die Verwendung von 100 bis 200 Eigenmoden ausreichend zu sein, um die Richtungsinformation hinreichend genau wiederzugeben. Zur weiteren Klärung der

Ursachen dieser geringen Konvergenz wird im Folgenden zur Vereinfachung ein EULER-BERNOULLI-Balken betrachtet.

### 3.4.2 Konvergenzanalyse für einen EULER-BERNOULLI-Balken

Da eine sehr geringe Konvergenz der Lösung der STI am Beispiel der KIRCHHOFF-Platte nachgewiesen werden kann, welche auf den Querkraftanteil zurückzuführen ist, wird nun untersucht, ob sich dieses Phänomen in ähnlicher Ausprägung auch beim EULER-BERNOULLI-Balken einstellt. Es wird von der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Lösung ausgegangen. Geometrie und Werkstoffdaten werden wie folgt gewählt:

$$l_x = 1000 \text{ mm}, \quad l_y = 50 \text{ mm}, \quad l_z = 50 \text{ mm},$$

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \eta = 0.$$

Wie beim Vorgehen bei der Platte wird auch hier der Balken als verlustfrei angenommen. Als Senke des Energieflusses wird wiederum eine zweite harmonische inkohärente Erregerkraft verwendet. Die Angriffspunkte  $x_1$  sowie  $x_2$  der Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  werden so gewählt, dass sie nicht mit Knoten der betrachteten Schwingungen zusammenfallen:

$$F_1 = \delta(x - x_1)e^{i(2\pi ft)}, \quad x_1 = \frac{35}{113}l_x,$$

$$F_2 = \delta(x - x_2)e^{i(2\pi ft + \frac{3}{4}\pi)}, \quad x_2 = \frac{78}{113}l_x.$$

Eine Bewertung der Konvergenz bei modaler Superposition ist im Falle des Balkens einfacher. Der exakte Verlauf der Strukturintensität des verlustfreien Balkens  $\mathbf{I}''_a = (I''_{a,x}; 0; 0)$  bei zwei harmonischen gleichfrequenten Erregerkräften ist für alle Frequenzen bekannt und nahezu trivial. Da zwischen einem Balkenende und der nächstgelegenen Erregerkraft keine Energie in den Balken eingebracht oder dissipiert wird, muss die Intensität im zeitlichen Mittel hier den Wert null annehmen. Auch im Bereich zwischen den beiden Erregerkräften ist der Verlauf konstant und stimmt im Betrag mit der Eingangsleistung  $P_{zu}$  überein. Er ist positiv für den Fall, dass die Kraft  $F_1$  als Quelle wirkt und negativ für den Fall, dass  $F_1$  als Senke wirkt (siehe Abbildung 3-19). Mit der Frequenz variieren somit nur Betrag und Vorzeichen der Intensität.



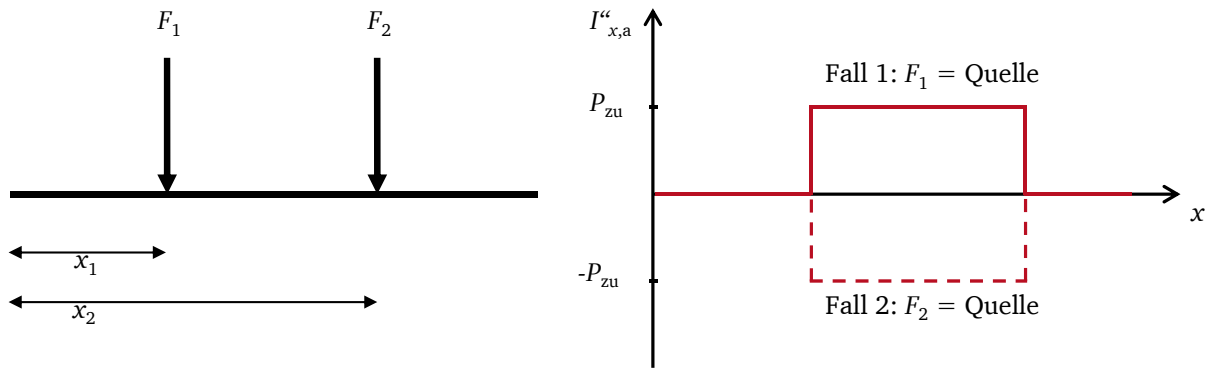


Abbildung 3-19: Qualitativer Verlauf der aktiven Balkenintensität

Zur Vergleichbarkeit werden die Intensitätsverläufe auf die Eingangsleistung  $P_{zu}$  normiert, so dass der korrekte normierte Verlauf  $I''_{a,x,norm,soll}$  bei  $x_1$  auf 1 und bei  $x_2$  zurück auf 0 springt. Als Bewertungsgröße der Konvergenz wird der normierte Fehler  $\delta$

$$\delta = I''_{a,x,norm} - I''_{a,x,norm,soll} \quad (3.33)$$

oder sein Mittelwert  $\bar{\delta}$  und seine Standardabweichung  $s_\delta$  in Abhängigkeit von den verwendeten Eigenschwingungen bestimmt. Die Strukturintensität des Balkens wird an 100.000 äquidistanten Stützstellen berechnet, wobei bis zu 10.000 Eigenschwingungen berücksichtigt werden. Die Verläufe des Mittelwerts und der Standardabweichung des normierten Fehlers sind für die untersuchten Eigenfrequenzen sehr ähnlich und qualitativ vergleichbar mit den Ergebnissen der Konvergenzbetrachtung bei der Platte. Bei sehr wenigen verwendeten Eigenmoden ist der Fehler sehr groß. Sobald die dominierende Eigenschwingung der jeweiligen Eigenfrequenz berücksichtigt wird, schwindet der Fehler und sein Mittelwert nähert sich ab dieser Eigenschwingung schnell dem Wert null. Beispielhaft ist dies in Abbildung 3-20 für die sechste Eigenfrequenz des Balkens dargestellt. Wie bei der Platte zeigt sich auch hier am Beispiel des Balkens, dass sehr viele Eigenschwingungen benötigt werden, um den Fehler der Strukturintensität klein zu halten. Bei 100 verwendeten Eigenschwingungen beträgt die Standardabweichung des normierten Fehlers etwa 0,05. Da die normierte Intensität nur die Werte 0 und 1 annehmen kann, ist diese Abweichung noch relativ groß. Erst bei etwa 2.000 Eigenmoden fällt die Standardabweichung unter 0,01 und beträgt selbst bei 10.000 verwendeten Eigenschwingungen noch deutlich mehr als 0,001.

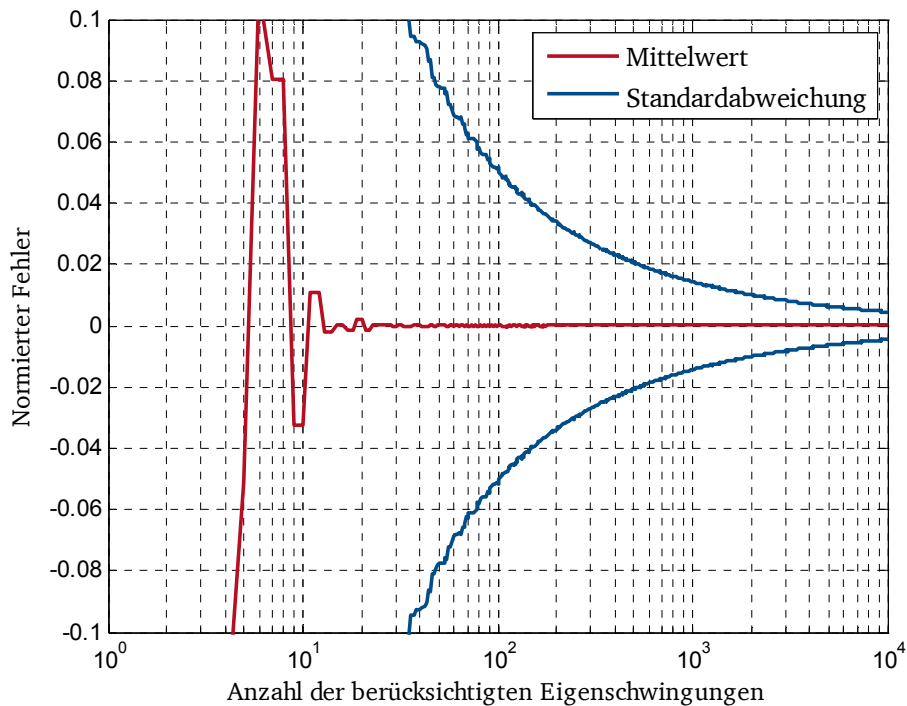


Abbildung 3-20: Konvergenz der STI des EULER-BERNOULLI-Balkens für Eigenfrequenz Nr. 6

Ähnlich wie bei der Platte (siehe Abschnitt 3.4.1) genügen jedoch je nach Frequenz etwa 100 bis 200 Eigenschwingungen, um den groben Verlauf der Strukturintensität qualitativ richtig abbilden zu können. Dies wird in Abbildung 3-21 und Abbildung 3-23 am Beispiel der 6. Resonanzschwingung deutlich. Hier sind die normierten Verläufe der korrekten und der berechneten Intensität (jeweils obere Grafik) sowie der Fehler (jeweils untere Grafik) für 100 und 5.000 superponierte Eigenschwingungen dargestellt. Beim normierten Fehler sind zwei Phänomene zu beobachten. Einerseits ist der Fehler an den Kraftangriffspunkten punktuell erwartungsgemäß sehr groß, da hier eine Sprungfunktion durch endlich viele harmonische Funktionen angenähert wird. Das hier auftretende Über- und Unterschwingen ist in der Mathematik als GIBBSsches Phänomen bekannt [85]. Andererseits treten weitere Bereiche mit größeren Fehlern auf, die analog zur Platte in die Maxima der Schwingungsamplitude fallen (siehe Abbildung 3-21 unten und Abbildung 3-23 unten).

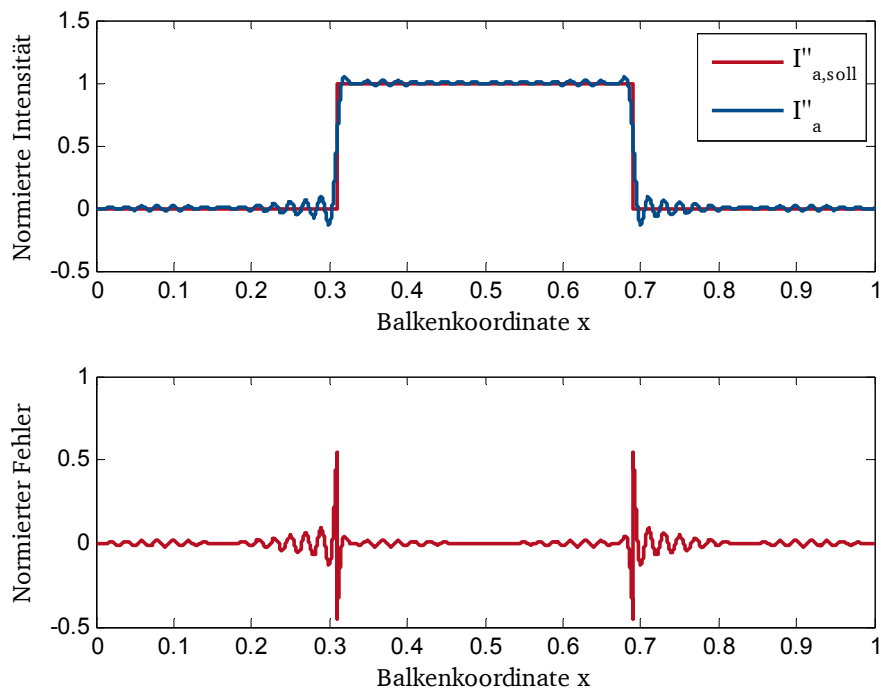


Abbildung 3-21: Normierte Intensität und normierter Fehler der 6. Resonanzschwingung bei 100 berücksichtigten Eigenschwingungen

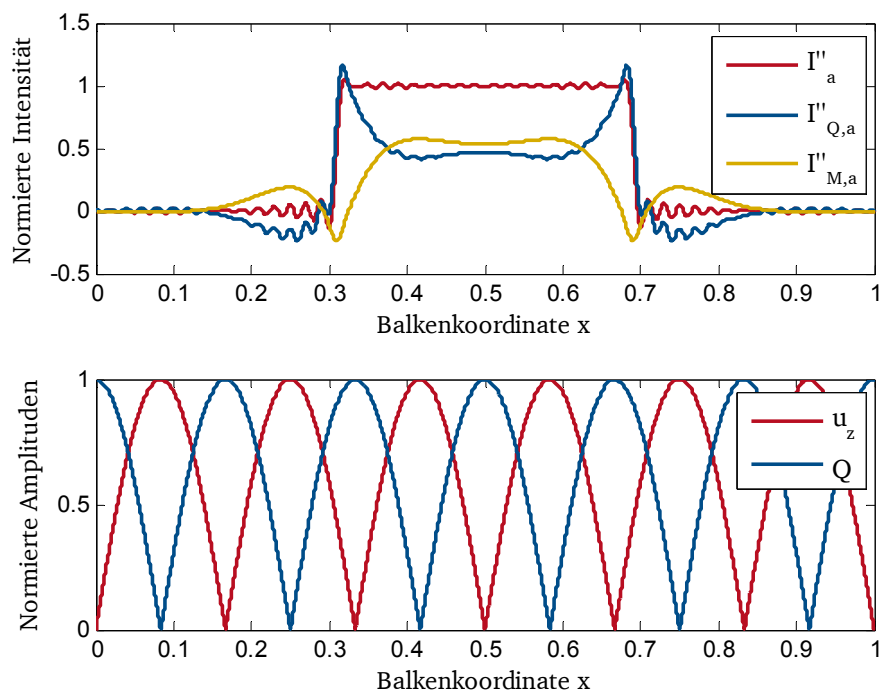


Abbildung 3-22: Normierte Intensitätsanteile und Schwingamplituden der 6. Resonanzschwingung bei 100 berücksichtigten Eigenschwingungen

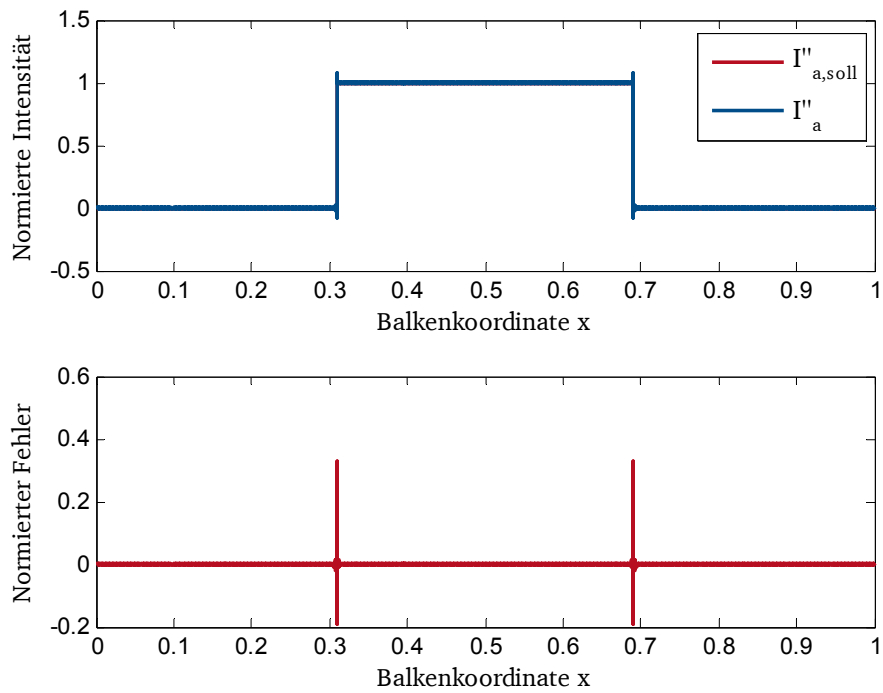


Abbildung 3-23: Normierte Intensität und normierter Fehler der 6. Resonanzschwingung bei 5.000 berücksichtigten Eigenschwingungen

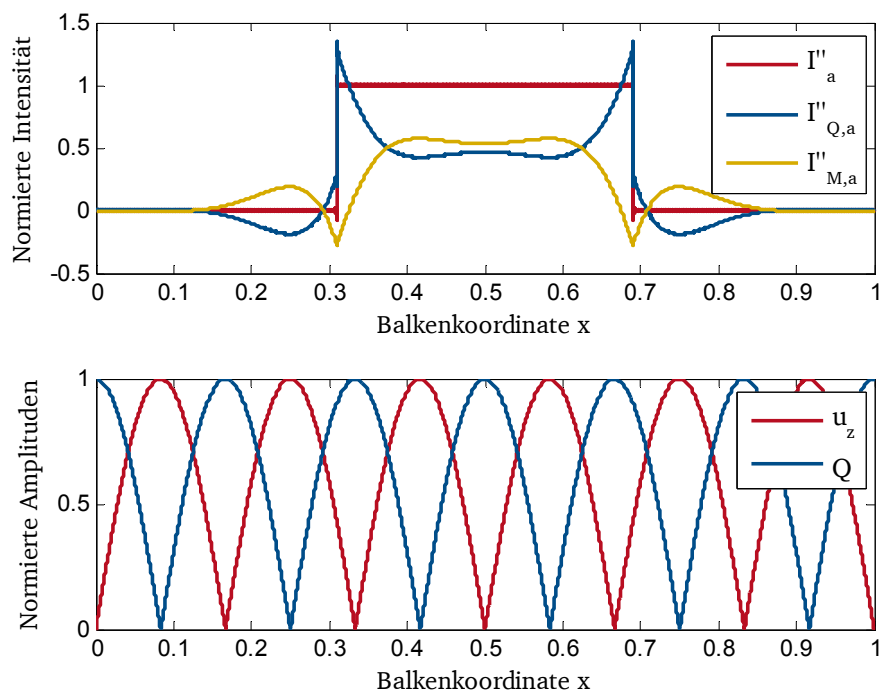


Abbildung 3-24: Normierte Intensitätsanteile und Schwingamplituden der 6. Resonanzschwingung bei 5.000 berücksichtigten Eigenschwingungen



---

Eine Zerlegung der aktiven Intensität  $I_a$  in den Querkraftanteil  $I_{Q,a}$  und den Momentenanteil  $I_{M,a}$  zeigt, dass wie bei der Platte der Querkraftanteil für die schlechte Konvergenz verantwortlich ist. Während der Anteil aus dem Biegemoment schneller konvergiert und schon bei sehr wenigen verwendeten Eigenmoden einen glatten Verlauf aufweist, glättet sich der Verlauf des Querkraftanteils erst bei sehr vielen Eigenschwingungen. Er konvergiert zudem wie bei der Platte im Bereich der Minima seines Amplitudenganges oder im Bereich des Phasensprungs (hier ist der Gradient am steilsten) besonders schlecht. Dies kann Abbildung 3-22 und Abbildung 3-24 entnommen werden. Hier sind für 100 und 5.000 superponierte Eigenschwingungen jeweils in der oberen Grafik die Verläufe der Intensität und ihrer Anteile dargestellt. Die untere Grafik zeigt die korrespondierenden Beträge der Schwingungsamplitude  $u_z$  und des Querkraftverlaufs  $Q$ . Diese Fehlerquelle lässt sich mit der Berechnung der Querkräfte erklären. Sie werden durch Bilden der dritten räumlichen Ableitungen der Verschiebungen bestimmt. Die höheren Ableitungen beim Querkraftanteil führen somit zu einer Verstärkung der Fehler aus der Reihenentwicklung, welche sich besonders im Bereich der größten Gradienten niederschlägt.

Es bleibt festzuhalten, dass jede quantitative Aussage zur Strukturintensität auf Basis einer modalen Superposition fragwürdig erscheint, wenn teilweise mehrere tausend Eigenschwingungen berücksichtigt werden müssen, um einen mittleren Fehler unter 10% zu erreichen. Um quantitative Aussagen z. B. beim Vergleich einer Berechnungsmethode oder eines Messverfahrens mit einer analytischen Berechnung treffen zu können, wird eine verhältnismäßig sehr große Menge an Eigenschwingungen benötigt, was die Berechnung in Bezug auf die benötigte Rechenzeit extrem teuer macht. Für qualitative Aussagen genügen wiederum 100 bis 200 Eigenmoden. Um die Fehler der modalen Superposition bei FE-Rechnungen zu umgehen, sollte die direkte Lösung mit den vollständigen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen verwendet werden. Bisherige Forschungsergebnisse wie MEUDTs [36] Vergleiche der Zwei- und Acht-Aufnahmeverfahren mit der analytischen Berechnung der STI sind vor diesem Hintergrund zu überdenken und eventuell neu zu bewerten.

---

## 4 Numerische Voruntersuchungen

---

In Kapitel 3 wird die STI von Schalen und Balken analytisch beschrieben. Für Spezialfälle wie die gestützte KIRCHHOFF-Platte und den gestützten EULER-BERNOULLI-Balken, bei denen geschlossene Lösungen vorliegen, ist dieses Vorgehen empfehlenswert, da sich einzelne Parameter mit geringem Rechenaufwand variieren lassen. Reale Konstruktionen lassen sich in der Regel jedoch nicht auf diese Sonderfälle zurückführen, so dass der Ingenieur bei der Simulation des Schwingungsverhaltens im Allgemeinen und der Strukturintensität im Speziellen auf die Finite-Element-Methode zurückgreifen muss. HAMBRIC [10] und GAVRIC [15] beschreiben die Möglichkeiten zur Berechnung der Strukturintensität auf Basis von FE-Simulationen. MEUDT [36] und STEIN [58] validieren diese Methoden durch Vergleiche der Ergebnisse mit analytischen Berechnungen der KIRCHHOFF-Platte.

In diesem Kapitel werden mit Hilfe von FE-Simulationen weitere Voruntersuchungen zur Strukturintensität durchgeführt. Es wird hinterfragt, nach wie vielen Schwingspielen die zeitlich gemittelten Momentanwerte der STI repräsentativ für die Partikularlösung sind. Ebenso ist zu klären, wie groß bei Schalenstrukturen der vernachlässigte Anteil des Energieflusses in Dickenrichtung der Schale ist und ob seine Vernachlässigung zulässig ist. Abschließend wird vorbereitend auf die Körperschallanalyse unter Verwendung der STI (Kapitel 5) der energetische Zusammenhang der Transversal- und Longitudinalwellen genauer betrachtet.

---

### 4.1 Numerische Berechnung der Strukturintensität

---

Kommerzielle Standardlösungen wie *ANSYS* oder *Abaqus* liefern bisher zwar nicht die Strukturintensität als Berechnungsergebnis, jedoch lässt sich die STI für die gängigen Programme als Post-Processing implementieren. Im Fall von *ANSYS* erfolgt dies über *APDL*<sup>7</sup>-Skripte, während man beim Post-Processing in *Abaqus* auf die Programmiersprache *Python* zurückgreifen kann. Generell sind die Ergebnisse der beiden Standardprogramme vergleichbar. Alle folgenden numerischen Analysen basieren jedoch auf *Abaqus*, da *Python* im Vergleich zur *APDL* die hierfür umfangreicheren Werkzeuge zur Verfügung stellt.

---

<sup>7</sup> *ANSYS Parametric Design Language*

---

Bei einer Verwendung von Volumenelementen ist die numerische Berechnung der STI generell nach Gleichung (2.6) möglich. Für jeden Knoten eines Volumenelements des FE-Modells wird das Produkt aus Spannungstensor und Schnellevektor berechnet. Somit erhält man an jedem der Knoten den Intensitätsvektor  $\mathbf{I}$ . Voraussetzung dafür ist, dass die verwendeten Volumenelemente für jeden Knoten den vollständigen Spannungstensor als Ergebnis liefern, was bei kommerziellen Standardprogrammen in der Regel der Fall ist.

Auch für Schalen- bzw. Balkenelemente lässt sich die STI von Schalen  $\mathbf{I}'$  bzw. Balken  $\mathbf{I}''$  direkt nach den Gleichungen (2.25) und (2.30) berechnen, wenn die verwendeten Elemente die entsprechenden Schnittgrößen (Kräfte und Momente) als Ergebnis bereitstellen. Hier existiert bei den kommerziellen FE-Programmen eine Vielzahl von Elementtypen, welche diese Schnittgrößen nicht oder nur unvollständig unterstützen. Die gängigsten Elementtypen (z. B.: *Ansys* – *SHELL63*, *SHELL93*; *Abaqus* – *S3R*, *S4R*, *S8R*) eignen sich jedoch zur Berechnung der Strukturintensität. Weiter ist zu berücksichtigen, dass die Gleichungen (2.25) und (2.30) nur in Elementkoordinaten oder Flächen- und Linienkoordinaten gültig sind. Dies hat zur Folge, dass im allgemeinen Fall im entsprechenden Post-Processing eine Koordinatentransformation der Ergebnisse durchgeführt werden muss, da die Schnittgrößen als Elementgrößen im Elementkoordinatensystem mit den Basisvektoren  $\mathbf{e}_i'$  am Elementzentroid vorliegen, während die Schnellen als Knotengrößen im globalen Koordinatensystem mit den Basisvektoren  $\mathbf{e}_i$  ausgegeben werden. Abbildung 4-1 zeigt dies exemplarisch für ein Schalenelement.

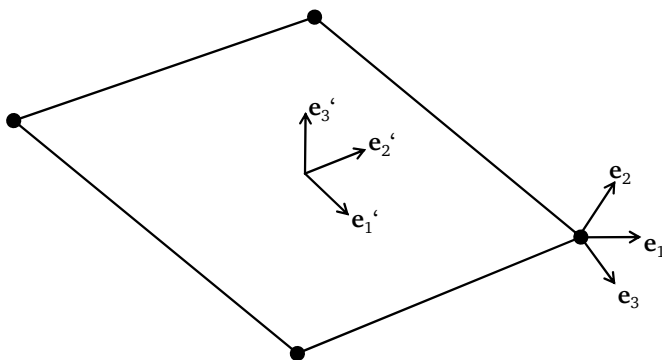


Abbildung 4-1: Koordinatensysteme eines Schalenmodells

Da die Berechnungsgleichung von  $\mathbf{I}'$  im Elementkoordinatensystem gilt, muss der Schnellevektor in dieses transformiert werden. Dies gelingt durch Multiplikation mit der Transformati-

---

onsmatrix  $\mathbf{A}$ , deren Komponenten  $a_{ij}$  sich aus den Basisvektoren der beiden Koordinatensysteme ergeben [86]:

$$a_{ij} = \mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}_j^T. \quad (4.1)$$

Der transformierte Schnellevektor  $\mathbf{v}'$  ergibt sich somit zu:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v}. \quad (4.2)$$

Damit liegen zwar alle benötigten Größen im Elementkoordinatensystem, jedoch nicht am gleichen Ort vor. Die Schnittkräfte und -momente werden am Zentroid des Elements und die Verschiebungen und Schnellen an den Knoten des Elements ausgegeben. Zur Berechnung der Strukturintensität des Schalenelements am Zentroid muss somit noch der Schnellevektor am selben Ort berechnet werden. Hierfür wird in erster Näherung das arithmetische Mittel der Schnellevektoren an den Knoten berechnet. Dies ist im Allgemeinen zulässig, wenn der Schnelleverlauf innerhalb des Elements linearisiert werden kann. Hierfür müssen abhängig vom betrachteten Frequenzbereich die Modelle entsprechend fein vernetzt sein, so dass die Kantenlängen der Elemente deutlich kleiner als die Wellenlängen sind. Da aber bereits die in die Schnittgrößen eingehenden Spannungen ein entsprechend feines Netz erfordern und zudem eine aussagekräftige Interpretation des Vektorfeldes der STI nur auf der Grundlage von hinreichend dichten Stützstellen möglich ist [28], kann davon ausgegangen werden, dass die Voraussetzung der Linearisierbarkeit gegeben ist. Somit kann der Intensitätsvektor am Zentroid unter Verwendung der gemittelten und transformierten Schnellevektoren berechnet werden. Zur weiteren Verarbeitung und Darstellung wird abschließend der Intensitätsvektor durch Multiplikation mit der inversen Transformationsmatrix  $\mathbf{A}^{-1}$  in das globale Koordinatensystem transformiert.

Aufgrund der in Abschnitt 3.4 nachgewiesenen schlechten Konvergenz der Strukturintensität bei modaler Superposition wird bei allen numerischen Berechnungen im Frequenzbereich die direkte Lösung mit den vollständigen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen (*Abaqus*: „Steady-state Dynamics, Direct“) anstelle der modalen Superposition verwendet.

---

## 4.2 Zeitbereich und Einschwingvorgang

---

Während eine Vielzahl von Beiträgen zur Strukturintensität im Frequenzbereich existiert, bleibt die Analyse der STI bei transienter Erregung im Zeitbereich bisher weitgehend unbeachtet. Einen ersten relevanten Beitrag hierzu liefert lediglich LIU [53], der die STI einer Plattenstruktur bei Impulserregung (Stoß) untersucht. Dabei präsentiert LIU sowohl die Vektor- als auch die Stromliniendarstellung der STI im Zeitbereich. Es zeigt sich deutlich, dass durch Reflexionen an den Plattenrändern und die sich ergebende Interferenz kurzzeitige Scheinquellen entstehen, die erst durch eine zeitliche Mittelung über einen größeren Zeitraum verschwinden. Auf den eigentlichen Einschwingvorgang geht LIU dabei allerdings nicht genauer ein. So bleibt eine zentrale Frage bezüglich der Strukturintensität bisher unbeantwortet. Vorherige Arbeiten behandeln nahezu ausschließlich harmonische Vorgänge im Frequenzbereich. Um sämtliche daraus abgeleitete Aussagen einordnen zu können, muss aber durchaus geklärt werden, inwiefern eine harmonische Analyse repräsentativ für transiente Vorgänge ist. Um dies beantworten zu können, ist eine Auseinandersetzung mit dem Zeitbereich unumgänglich. Im Folgenden wird daher der Frage nachgegangen, ab welchem Zeitpunkt eine transiente Betrachtung des Energieflusses eines harmonischen Vorgangs mit der harmonischen Lösung vergleichbar ist. Zur Untersuchung des Einschwingvorgangs wird erneut die Rechteckplatte aus Abschnitt 3.4.1 verwendet. Die Platte wird mit einer harmonischen Kraft  $F_1(t)$

$$F_1(t) = \begin{cases} \cos(2\pi ft) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}, \quad (4.3)$$

schwingerregt. In *Abaqus* wird ein FE-Modell erzeugt und es werden transiente Berechnungen für ausgewählte Eigenfrequenzen der Platte (vgl. Tabelle 3-1) durchgeführt. Die Simulationszeit wird so angepasst, dass stets 2.000 Perioden berechnet werden. Die Zeitdiskretisierung ist so gewählt, dass 100 Zeitschritte je Periode simuliert werden. Zur Klärung der Frage, nach welcher Zeit oder wie vielen Schwingspielen der zeitliche Mittelwert der STI  $I'$  einen eingeschwungenen Zustand erreicht und dem Ergebnis der Berechnung im Frequenzbereich entspricht, werden zwei Fehlergrößen  $T_{\%}$  bestimmt.

Bei der Fehlergröße  $T_{\%,\text{ges}}$  werden die Intensitätsvektoren über die ersten  $i$  Perioden gemittelt und mit dem Wert einer Mittelung über alle 2000 Perioden verglichen. Die prozentuale Abweichung wird schließlich über die Platte gemittelt:

$$T_{\%,\text{ges}}(i) = \max \left( \left| \frac{\langle I'_x \rangle_{1,\dots,i} - \langle I'_x \rangle_{1,\dots,2000}}{\langle I'_x \rangle_{1,\dots,2000}} \right|, \left| \frac{\langle I'_y \rangle_{1,\dots,i} - \langle I'_y \rangle_{1,\dots,2000}}{\langle I'_y \rangle_{1,\dots,2000}} \right| \right) \cdot 100\%. \quad (4.4)$$

Für die Fehlergröße  $T_{\%,\text{per}}$  wird immer nur über die  $i$ -te Periode gemittelt und der entsprechende Wert mit der Mittelung über die 2000. Periode verglichen:

$$T_{\%,\text{per}}(i) = \max \left( \left| \frac{\langle I'_x \rangle_i - \langle I'_x \rangle_{2000}}{\langle I'_x \rangle_{2000}} \right|, \left| \frac{\langle I'_y \rangle_i - \langle I'_y \rangle_{2000}}{\langle I'_y \rangle_{2000}} \right| \right) \cdot 100\%. \quad (4.5)$$

Die beiden Fehlergrößen sind in Abbildung 4-2 und Abbildung 4-3 beispielhaft für die 6. und 10. Resonanzschwingung aufgeführt. Die Verläufe sind für die ersten 15 Resonanzfrequenzen qualitativ ähnlich. Bei der Mittelung über den gesamten Zeitraum genügen die berechneten 2.000 Schwingspiele nicht, um den Einfluss des Einschwingvorgangs auf das Gesamtergebnis so klein zu halten, dass die Kurve von  $T_{\%,\text{ges}}$  in einen horizontalen Verlauf übergeht. Betrachtet man nur einzelne Perioden, so lässt sich am Verlauf von  $T_{\%,\text{per}}$  erkennen, dass nach etwa 1.000 Schwingspielen ein annähernd stationärer Zustand erreicht wird und die Kurve in eine Horizontale übergeht. Der rein quantitative Vergleich führt an dieser Stelle jedoch zu einem verzerrten Bild, da die quantitativen Unterschiede nur sehr wenige Vektoren im Vektorfeld der STI betreffen.

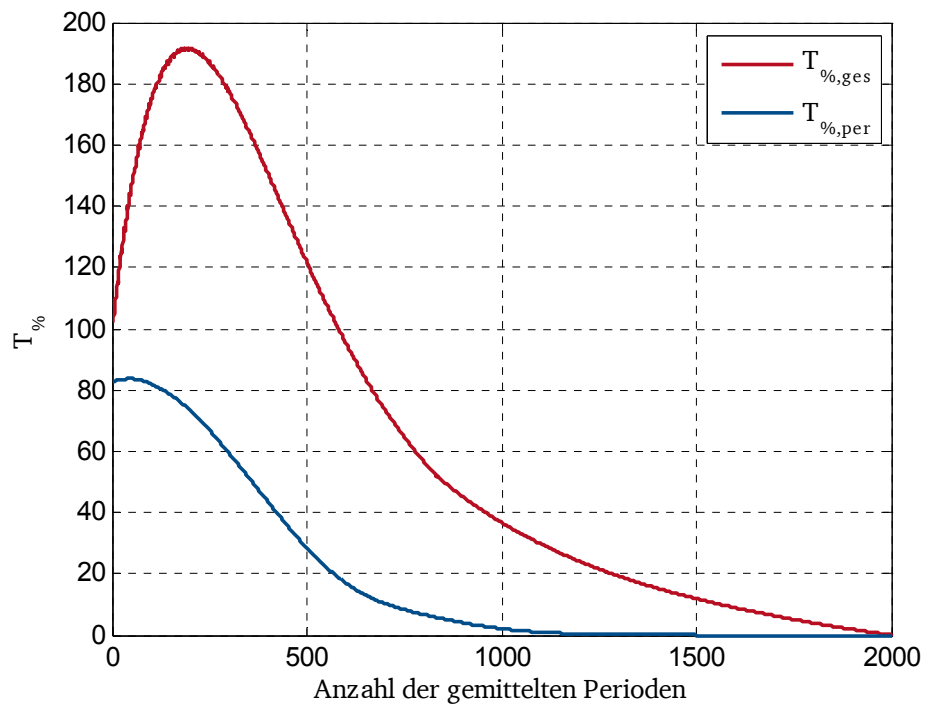


Abbildung 4-2: Einschwingverhalten der 6. Resonanzschwingung der Platte

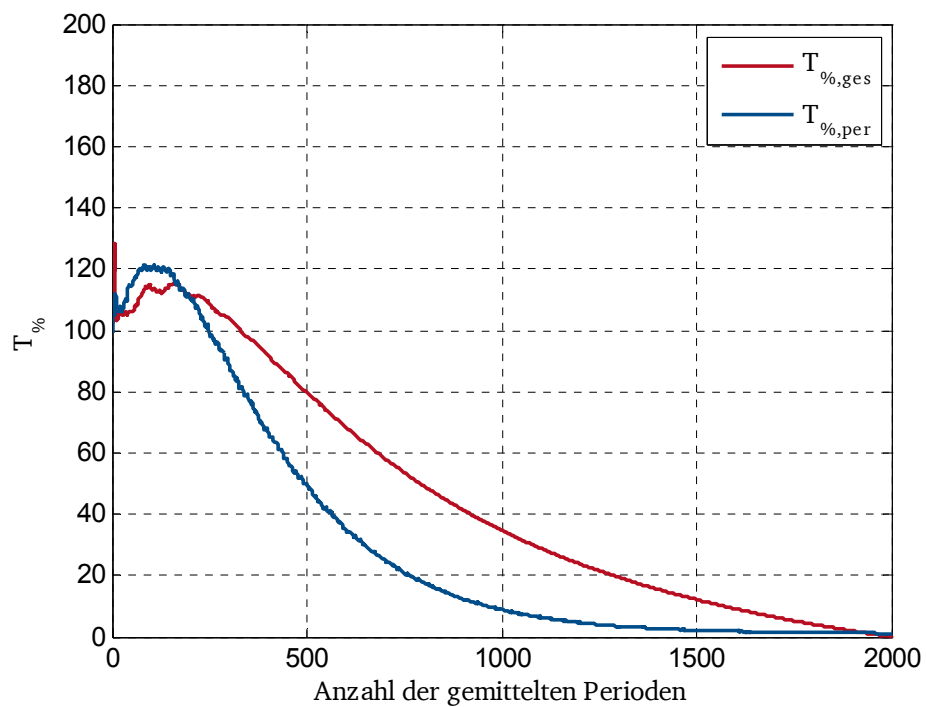


Abbildung 4-3: Einschwingverhalten der 10. Resonanzschwingung der Platte

Ein qualitativer Vergleich der Vektorfelder zeigt, dass die makroskopischen Verläufe deutlich früher dem eingeschwungenen Zustand entsprechen. So ist das Vektorfeld der über eine Periode gemittelten STI je nach Frequenz ab etwa 100 bis 200 Schwingungen mit dem des eingeschwungenen Zustands qualitativ identisch. Dies ist in Abbildung 4-4 und Abbildung 4-5 am Beispiel der 6. Resonanzschwingung dargestellt (die Krafteinleitung ist jeweils durch den schwarzen Kreis markiert). Hieraus folgt, dass der Energiefluss besonders bei höheren Frequenzen relativ schnell einen Verlauf annimmt, der dem eingeschwungenen Zustand weitgehend entspricht. Zudem müssen Körperschallereignisse, die auf weniger als einige hundert Schwingungen begrenzt sind, im Zeitbereich untersucht werden, da die Frequenzbereichslösung dann nicht mehr repräsentativ ist.

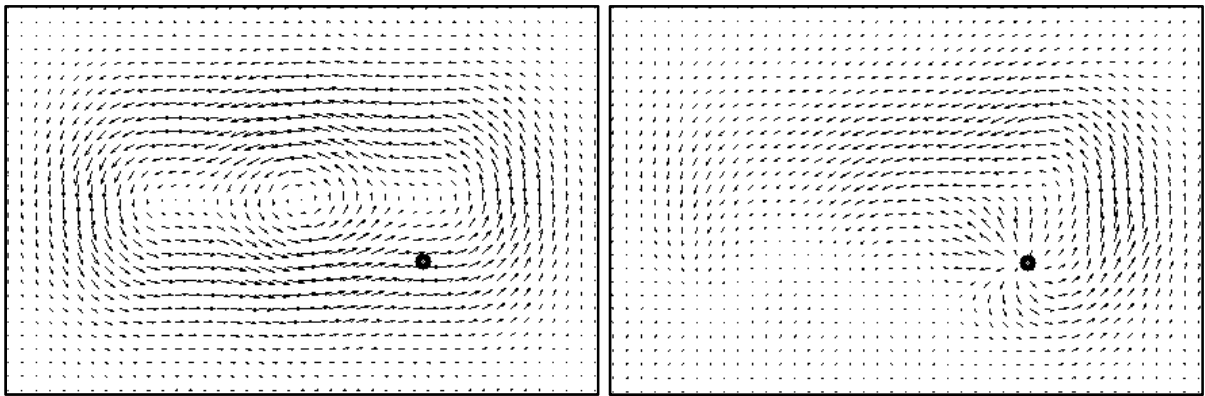


Abbildung 4-4: STI der 6. Resonanzfrequenz, Frequenzbereichslösung (links) und über die 40. Periode zeitlich gemittelte STI (rechts)

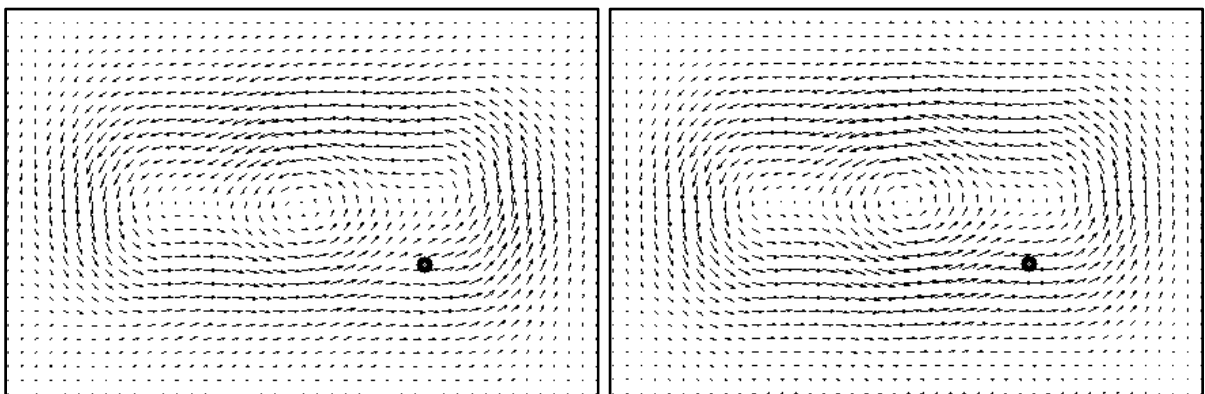


Abbildung 4-5: Zeitlich gemittelte STI der 6. Resonanzfrequenz über die 100. Periode gemittelt (links) und über alle Perioden gemittelt (rechts)



---

### 4.3 Strukturintensität der Platte in Dickenrichtung

---

Bei der Herleitung der STI von Schalen und Platten (siehe Abschnitt 2.2) wird im Rahmen der Schalentheorie angenommen, dass die Verschiebungen der Schale normal zur Oberfläche  $u_z$  konstant über die Schalendicke  $h$  sind:

$$u_z(z) = \text{const.} \quad (4.6)$$

Dies führt zu der vereinfachenden Annahme, dass der Energiefluss in Dickenrichtung  $I'_z$  verschwindet

$$I'_z = -(\tau_{zx}u_x + \tau_{zy}u_y + \tau_{zz}u_z) = 0. \quad (4.7)$$

ROMANO [13] betont zwar, dass der Energiefluss in Dickenrichtung im Sinne der Schalentheorie unbedeutend ist. Im Rahmen einer physikalisch korrekten Energiebilanz ist eine Vernachlässigung dieser Komponente jedoch nur für einige akademische Sonderfälle zulässig. Sobald ein umgebendes Medium mit der schwingenden Schalenstruktur interagiert (was im Allgemeinen der Fall ist), muss zwangsläufig Energie normal zur Oberfläche fließen. Bei Abstrahlung von Fluidschall oder der Schwingerregung einer Struktur durch Fluidschall finden an der Oberfläche der Struktur stets ein Energieaustausch und somit auch ein Energiefluss in Normalenrichtung statt. Es erfolgt dabei ein Übergang von der Fluidschallintensität SI zur Strukturintensität STI und umgekehrt. Weil die Leistungen von akustischen Strahlern um mehrere Größenordnungen geringer sind als die mechanischen Leistungen der schwingenden Strukturen, ist eine entsprechende Vernachlässigung der Normalenkomponenten der Energieflüsse zunächst in den gleichen Grenzen zulässig wie die übliche Vernachlässigung der akustischen Leistung in einer Leistungsbilanz. Doch auch bei einer im Vakuum schwingenden Schalenstruktur wird sich stets ein Energiefluss in Dickenrichtung einstellen, da die vereinfachende Annahme in Gleichung (4.6) nur hinreichend genau für die Schalentheorie und nicht exakt ist.

Dies lässt sich durch die Verwendung von Volumenelementen in einer numerischen Analyse der Strukturintensität untersuchen. Einen ersten Ausblick hierauf liefert STEIN [58], der für

die zweite Eigenfrequenz einer Rechteckplatte die Strukturintensität an der Ober- und Unterseite sowie in der Mittelebene berechnet. Dabei beschränkt sich STEIN jedoch auf die Aussage, dass die Berechnung des Energieflusses in Dickenrichtung prinzipiell möglich ist, ohne diesen genauer zu quantifizieren. Da dieser Anteil jedoch für die Beurteilung von Simulations- und Messergebnissen potenziell von Bedeutung sein kann, wird sein Einfluss im Folgenden quantitativ detaillierter untersucht.

Hierfür wird ein Volumenmodell der Platte aus Abschnitt 3.4.1 in *Abaqus* erstellt. Dieses wird mit 63, 42 und 30 Elementen in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung vernetzt. Nach Berechnung der aktiven STI für jeden Knoten des Modells wird diese in Richtung der Plattendicke  $h$  numerisch integriert:

$$I'_a(x, y) = \int I_a(x, y) dz = \sum_1^{30} I_a(x, y) \cdot \frac{h}{30}. \quad (4.8)$$

Der Energiefluss in Dickenrichtung resultiert dabei aus Dehnungen und Stauchungen der Plattendicke, welche von Schalentheorien vernachlässigt werden. Durch die Biegeschwingungen erfolgt im Bereich der Amplitudenmaxima eine Stauchung der Platte, während sie in den Minima (Knotenlinien und Plattenränder) eine Dehnung erfährt. Die Dickenschwankungen sind dabei um eine Größenordnung kleiner als die Plattenschwingungen selbst. Abbildung 4-6 zeigt dies am Beispiel der 3-1-Mode der Platte.

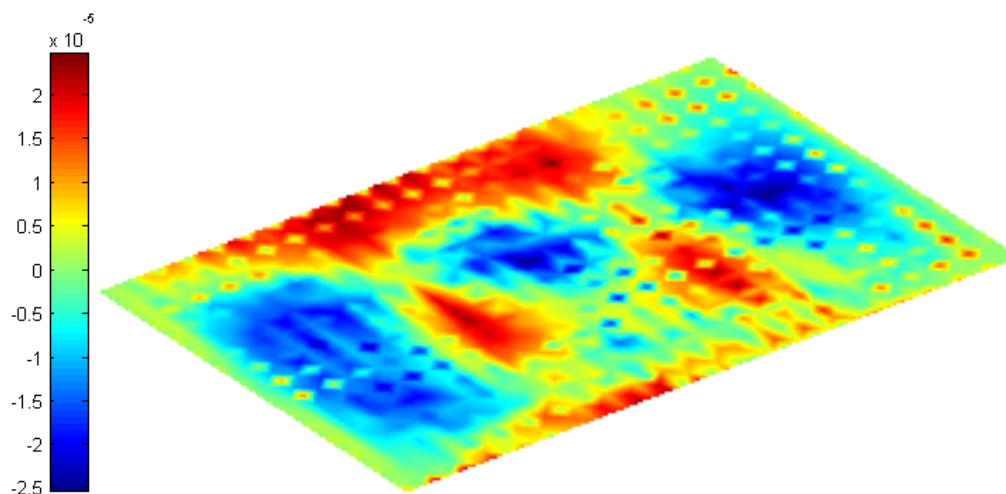


Abbildung 4-6: Maximale Dickenänderung (in m) der 3-1-Mode der Platte

Die Dickenänderung ist physikalisch plausibel, da die Platte bei einer Biegeschwingung im ausgelenkten Zustand eine Vergrößerung ihrer Oberfläche erfährt. Ihre Masse / Dichte muss konstant bleiben, was zu einer Kontraktion zwischen Ober- und Unterseite führt. Zur Bewertung des Anteils  $Z_{\%}$  der sonst vernachlässigten  $z$ -Komponente der STI von Schalenstrukturen wird der Normalenanteil auf den Anteil der STI in der Schalenebene bezogen und über die gesamte Platte gemittelt:

$$Z_{\%} = \frac{I'_{a,z}}{\sqrt{(I'_{a,x})^2 + (I'_{a,y})^2}} \cdot 100\%. \quad (4.9)$$

Generell ist zu erwarten, dass der Energiefluss in Dickenrichtung an Relevanz gewinnt, wenn die Wellenlängen im Größenordnungsbereich der Plattendicke und darunter liegen. Der Anteil in Dickenrichtung sollte daher mit steigenden Frequenzen und Plattendicken zunehmen. Bei den durchgeführten FE-Berechnungen wird daher der Frequenzbereich von 1 kHz bis 3 kHz mit einer Frequenzschrittweite von 5 Hz ausgewertet. Die Plattendicke wird zwischen 4 mm und 16 mm variiert.

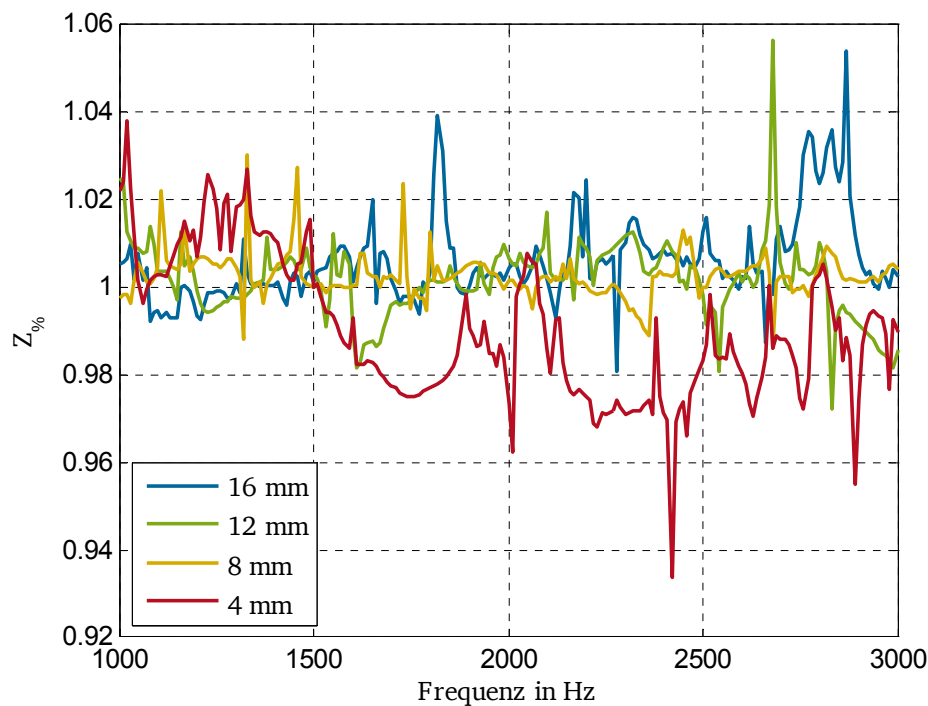


Abbildung 4-7: STI-Anteile in  $z$ -Richtung

---

Die Berechnungsergebnisse sind in Abbildung 4-7 illustriert. Die Verläufe des prozentualen  $z$ -Anteils der STI sind in ihrem Betrag von etwa 1% für alle untersuchten Plattendicken ähnlich. Der  $z$ -Anteil sinkt mit fallender Plattendicke, ein Anstieg zu höheren Frequenzen ist in dem betrachteten Frequenzbereich nicht zu erkennen. Allerdings ist die Biegewellenlänge in allen Fällen deutlich größer als die Plattendicke. Ein Fehler von ca. 1% bei Vernachlässigung des  $z$ -Anteils ist für FE-Analysen von Kfz- und Schiffstrukturen in vielen Fällen von nachrangiger Bedeutung. Werden jedoch größere Anforderungen an die Genauigkeit der Ergebnisse gestellt, muss im Einzelfall geprüft werden, ob eine Modellierung mit Volumenelementen vorzunehmen ist.

---

#### 4.4 Transversal- und Longitudinalwellen

---

Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben wird, lässt sich die Strukturintensität von Schalenstrukturen in Anteile aus Longitudinal- und Transversalwellen zerlegen (gleiches gilt ebenso für Balkenstrukturen). In der vorliegenden Literatur wird der In-plane-Anteil allerdings häufig vernachlässigt. Dies betrifft den Großteil der Messverfahren, welche auf NOISEUX [1] und PAVIC [2] zurückgehen und z. B. von MEUDT [36] und KÜHL [72] auf komplexere Strukturen angewendet werden. Diese Vernachlässigung ist in der Akustik allgemein üblich. In-plane-Schwingungen werden vielfach ausgeblendet, da diese einen nahezu verschwindend geringen Einfluss auf den abgestrahlten Fluidschall haben. Zudem wird argumentiert, dass Longitudinalwellen an Rändern und Diskontinuitäten in Biegewellen umgewandelt werden. Mechanisch lassen sich diese Schwingungen, auch wenn sie meist unterkritisch sind, jedoch nicht wegdiskutieren. An einem rechtwinkligen Übergang induziert eine Biegewelle in einen Teil der Struktur stets eine Longitudinalwelle im anderen Teil und umgekehrt. Diesem Phänomen widmen sich KESSISOGLU [51] und STEIN [58]. Beide untersuchen Plattenstrukturen, die aus mehreren rechtwinklig gekoppelten Teilplatten bestehen. Sie kommen zu dem Schluss, dass mit steigender Frequenz und steigender Anzahl der rechtwinkligen Übergänge der In-plane-Anteil an der Gesamtintensität zunimmt.

An den Kopplungsstellen kann es bei Vernachlässigung einer Wellenart zudem auch zu Fehlinterpretationen des Energieflusses kommen, weil diese Übergänge bei Betrachtung nur eines Anteils als Quellen und Senken im Körperschallfeld erscheinen. Weiter ist zu erwarten, dass der Anteil der Transversalwellen am Energiefluss entlang des Pfades abnimmt, da die Transversalwellen aufgrund der bei gleicher Frequenz deutlich kleineren Wellenlängen mehr

Schwingenspiele durchlaufen und somit deutlich stärker von der Dämpfung beeinflusst werden als die Longitudinalwellen. Um den Einfluss und den Anteil der Longitudinalwellen auch quantitativ besser beurteilen zu können, wird dieser im Folgenden an ausgewählten Beispielmodellen genauer untersucht.

Zunächst wird ein FE-Modell des Stahlkastens betrachtet, den auch MEUDT [36] experimentell untersucht (Abbildung 4-8). Dieser ist an den vier unteren Eckpunkten in den translatorischen Freiheitsgraden fixiert und wird auf der Oberseite mit einer harmonischen Punktlast normal zur Oberfläche schwingerregt.

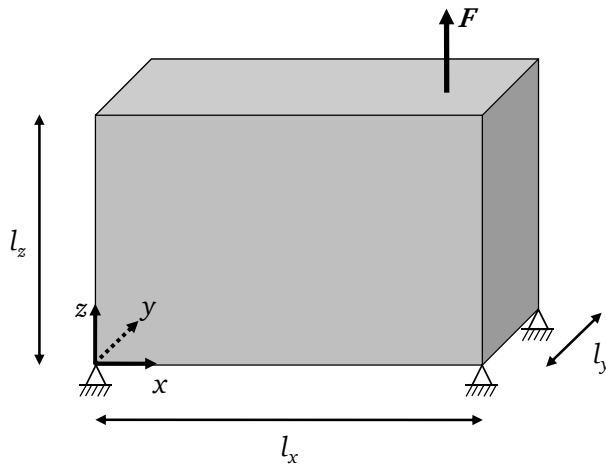


Abbildung 4-8: Stahlkasten

Für den Kasten aus Stahlblech mit der Blechdicke  $h$  werden folgende Geometrie- und Materialparameter analog zu MEUDTs Beispiel gewählt:

$$\begin{aligned}
 l_x &= 350 \text{ mm}, & l_y &= 175 \text{ mm}, & l_z &= 233,33 \text{ mm}, & h &= 4 \text{ mm}, \\
 E &= 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, & \mu &= 0,3, & \rho &= 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, & \eta &= 6 \cdot 10^{-4}.
 \end{aligned}$$

Die harmonische Punktlast wirkt an den Koordinaten  $x_1 = 261 \text{ mm}$ ,  $y_1 = 29 \text{ mm}$  und  $z_1 = 233,33 \text{ mm}$ . In *Abaqus* wird ein entsprechendes Schalenmodell erzeugt und mit 24, 12 und 16 Elementen in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung vernetzt. Daraus ergeben sich die in Tabelle 4-1 angegebenen Eigenfrequenzen des Stahlkastens.

Tabelle 4-1: Eigenfrequenzen des Stahlkastens

Eigenfrequenz Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frequenz in Hz	323	370	529	560	613	618	699	704	781	807
Eigenfrequenz Nr.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Frequenz in Hz	889	976	1035	1052	1091	1140	1173	1174	1256	1317

Abbildung 4-9 zeigt für die zehnte Resonanzschwingung den In-plane- und Out-of-plane-Anteil der aktiven STI  $I_a$  sowie die Gesamtintensität als Summe der beiden Anteile und die resultierende Betriebsschwingform. Das Beispiel verdeutlicht den Zusammenhang der beiden Wellenarten. An den Kanten gehen diese ineinander über. Besonders auffällig ist dies am Übergang des Energieflusses von der vorderen rechten zur vorderen linken Teilfläche. Bei einer Betrachtung nur eines der beiden Anteile treten an den Kanten Scheinquellen und Scheinsenken auf, da ein Teil der Energie in die andere Wellenart übergeht und umgekehrt.

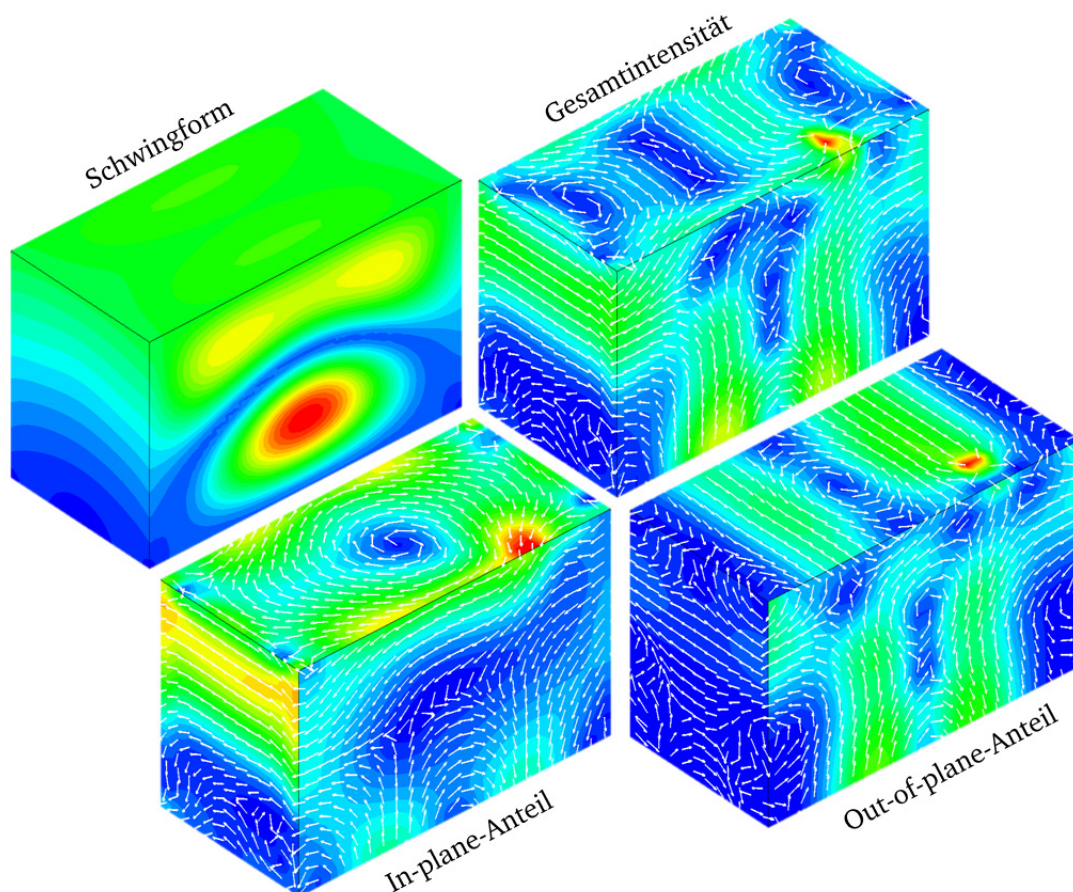


Abbildung 4-9: Intensitätsanteile für die 10. Eigenfrequenz des Stahlkastens

Zur Bewertung der Anteile aus In-plane- und Out-of-plane-Wellen an der aktiven STI  $I'_a$  werden die entsprechenden Beträge für die ersten 20 Resonanzfrequenzen aus Tabelle 4-1 über die Struktur gemittelt:

$$Ip_{\%} = \frac{\overline{|I'_{a,Ip}|}}{\overline{|I'_a|}} \cdot 100\%, \quad Oop_{\%} = \frac{\overline{|I'_{a,Oop}|}}{\overline{|I'_a|}} \cdot 100\%. \quad (4.10)$$

Die gemittelten Anteile der Wellenarten an der Gesamtintensität sind in Abbildung 4-10 dargestellt. Je nach Resonanzfrequenz beträgt der In-plane-Anteil zwischen 3% und 40%.

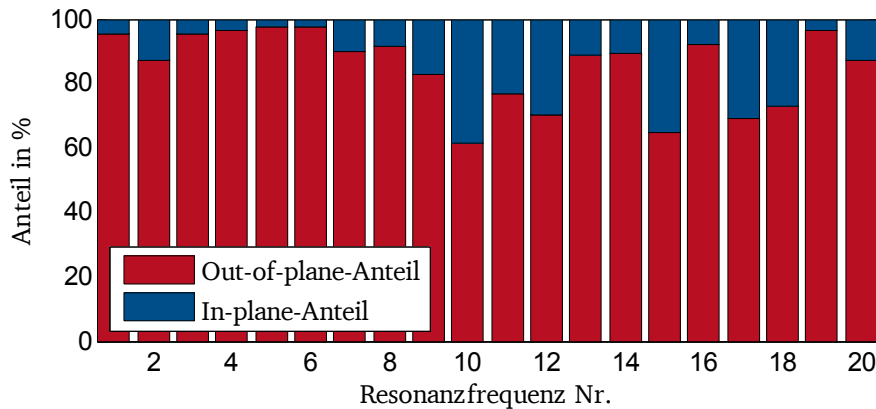


Abbildung 4-10: Wellenanteile der STI des Kastens

Der untersuchte Stahlkasten stellt durch seine geschlossene und symmetrische Form einen akademischen Sonderfall dar. Zur Prüfung der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf reale Bauteile und Strukturen werden weiter die STI-Anteile einer Ölwanne und eines Gepäckraumbodens (diese werden in den Abschnitten 5.1.3 und 5.1.4 detaillierter betrachtet) untersucht. Die entsprechenden Modelle sind in Abbildung 4-11 dargestellt. Beim Kasten erfolgt ein Übergang der Wellenarten ausschließlich an den rechtwinkligen Kanten. Bei beliebig gekrümmten Strukturen findet entlang der Krümmungen ein Wechsel der Energien aus In-plane- und Out-of-plane-Schwingungen statt. Dies führt dazu, dass mit steigendem Anteil der Krümmungen an der Gesamtoberfläche der In-plane-Anteil der STI zunimmt.



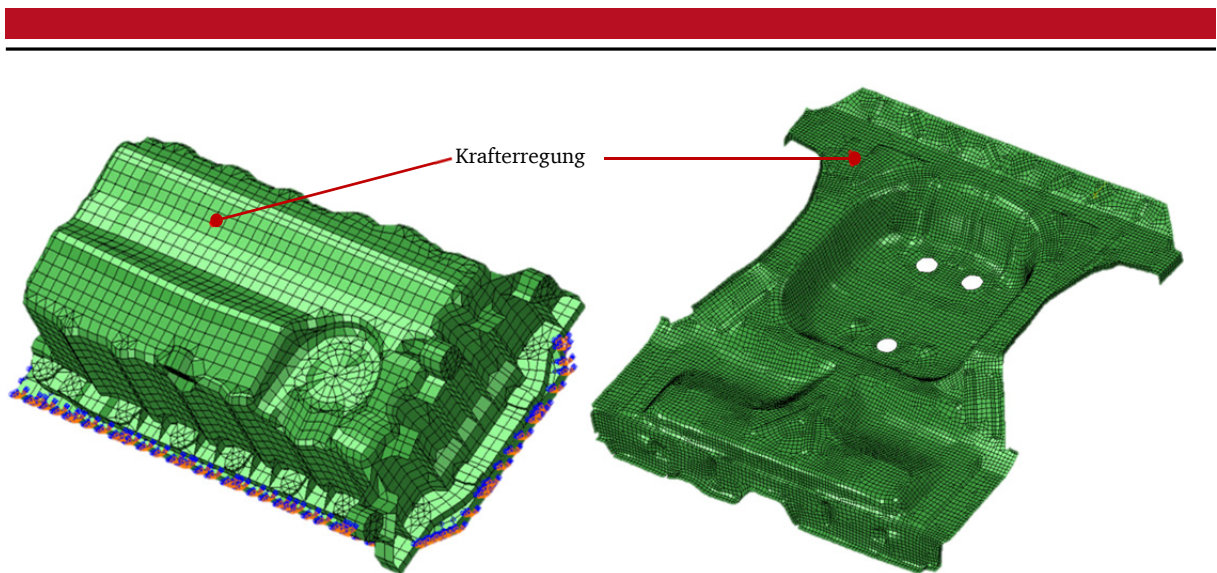


Abbildung 4-11: FE-Modelle der Ölwanne und des Gepäckraumbodens

Abbildung 4-12 und Abbildung 4-13 zeigen die jeweiligen Anteile der STI für die ersten 20 Resonanzschwingungen der Ölwanne und des Gepäckraumbodens. Während beim Kasten die Biegeschwingungen den Energiefluss dominieren, ist dieser bei der Ölwanne und beim Gepäckraumboden maßgeblich von den Longitudinalwellen geprägt. Ihr Anteil beträgt bei der Ölwanne 60% bis 85% und beim Gepäckraumboden 80% bis 95%.

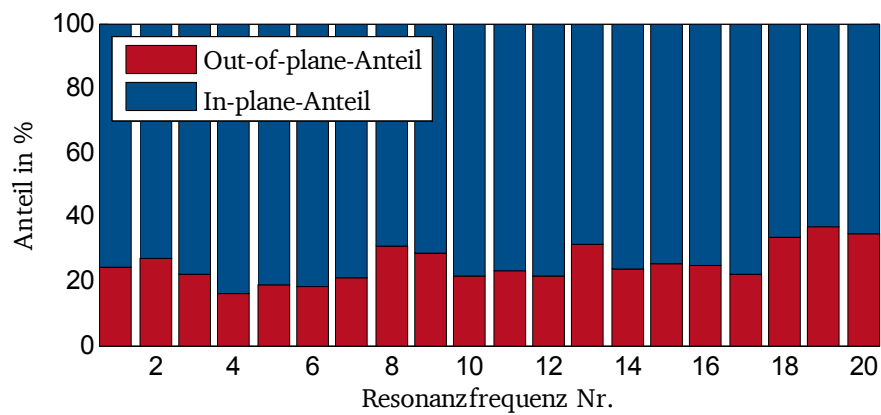


Abbildung 4-12: Wellenanteile der STI der Ölwanne



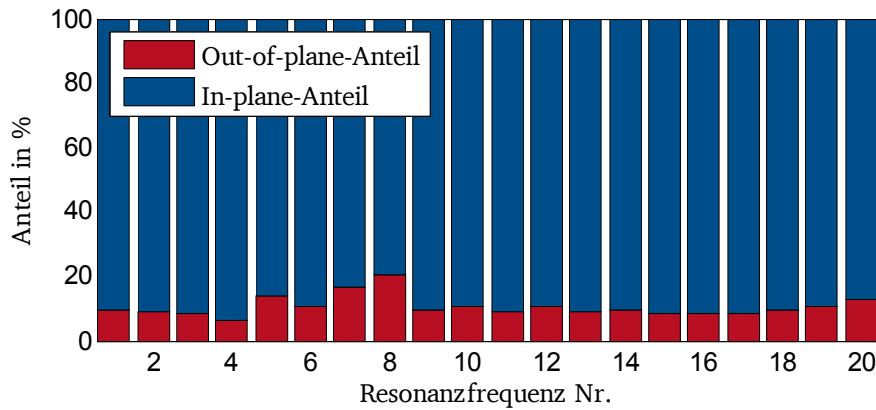


Abbildung 4-13: Wellenanteile der STI des Gepäckraumbodens

Dies führt zu der wichtigen Erkenntnis, dass in Strukturen mit vielen gekrümmten Bereichen die Energie hauptsächlich von (wenn auch kleinen) In-plane-Schwingungen transportiert wird. Der Umwandlung in BiegeWellen folgt schließlich die Abstrahlung von Fluidschall. Obwohl Longitudinalwellen selbst nur geringfügig Fluidschall abstrahlen, spielen sie daher dennoch eine erhebliche energetische Rolle bei der Entstehung von BiegeWellen. Ihre Vernachlässigung ist daher nur bei reinen Fluidschall- und Abstrahlungsanalysen zulässig. Wenn die Abstrahlung z. B. im Rahmen des lärmarmen Konstruierens reduziert werden soll, müssen Longitudinalwellen berücksichtigt werden. Eine gesonderte Betrachtung der In-plane-Schwingungen ist einerseits energetisch sinnvoll und liefert andererseits neue Ansätze zur Gestaltung von konstruktiven Maßnahmen zur Lärminderung. Dies wird in Kapitel 5 weiter vertieft.

---

## 5 Körperschallanalyse und Konstruktionsauslegung mit Hilfe der STI

---

Die Wellenausbreitung oder die Energieübertragung zwischen zwei beliebigen Medien, Teilchen oder Materialpunkten kann im Allgemeinen mit den Effekten der Reflexion, Transmission<sup>8</sup> und Dissipation beschrieben werden. Während die Dissipation im Wesentlichen von der Dämpfung, die hier exemplarisch mit der Strukturdämpfung  $\eta$  beschrieben wird, abhängig ist, lassen sich Transmission und Reflexion auf die Unterschiede der Impedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  zurückführen [87]. Dies ist in Abbildung 5-1 schematisch dargestellt.

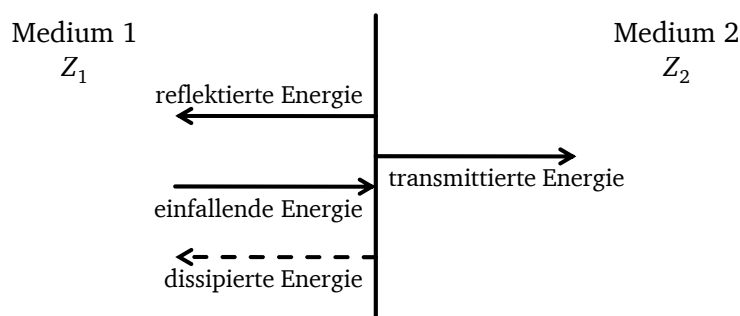


Abbildung 5-1: Energieausbreitung in beliebigen Medien

Für den Energietransport zwischen zwei Punkten lässt sich somit ganz allgemein eine Energiebilanz mit der einfallenden Energie  $E_e$ , der transmittierten Energie  $E_t$ , der reflektierten Energie  $E_r$  und der dissipierten Energie  $E_{\text{diss}}$  formulieren:

$$0 = E_e - E_r(E_e, Z_1, Z_2) - E_t(E_e, Z_1, Z_2) - E_{\text{diss}}(E_e, \eta). \quad (5.1)$$

Während die maschinenakustische Grundgleichung keine Aussagen bezüglich der Energie- und Wellenausbreitung im Festkörper zulässt (siehe Kapitel 2) und somit keine Werkzeuge zur Auslegung von körperschallrelevanten Konstruktionen liefert, eröffnet eine Betrachtung der Reflexion und Transmission sowie der Dissipation bei der Energieübertragung fundierte Analysen und Auslegungsansätze zur gezielten Beeinflussung des Körperschallfeldes. Denn wenn es ein Ziel der Konstruktion ist, den Eintrag von Schwingungsenergie in abstrahlungs-

---

<sup>8</sup> Zur Vollständigkeit sei hier noch auf den Effekt der Brechung hingewiesen. Dieser wird an dieser Stelle nicht gesondert betrachtet, so dass Brechung als Sonderfall der Transmission behandelt und unter diesen Begriff subsumiert werden kann.

---

kritische Teile einer Struktur zu minimieren, so kann dies nur durch eine zielorientierte Gestaltung der Dissipation und Reflexion entlang der Körperschallpfade gelingen.

Im Folgenden wird daher gezeigt, wie ausgehend von einer Berechnung der Strukturintensität zielführende Ansätze für konstruktive Maßnahmen zur Beeinflussung der Körperschallausbreitung hergeleitet werden können. Dabei werden Transmission / Reflexion und Dissipation getrennt voneinander betrachtet.

---

## 5.1 Transmission und Reflexion

---

In einem homogenen Medium mit unendlich großer Ausdehnung in allen drei Raumrichtungen breitet sich eine (akustische) Welle als Kugelwelle aus. Selbst bei Vernachlässigung der Dämpfung nehmen Energiedichte und Intensität mit dem Quadrat der Entfernung zur Quelle ab. Dieser Effekt wird in der Akustik „Ausbreitungsdämpfung“<sup>9</sup> genannt [88]. Ist das Medium in seiner räumlichen Ausdehnung endlich begrenzt, treten an seinen Rändern die Effekte der Transmission und Reflexion in Abhängigkeit von den beiden Anschlussimpedanzen auf. Sind die Impedanzen der beiden Medien identisch, so wird die Energie vollständig über die Grenzfläche hinweg transmittiert. Unterscheiden sie sich, wird ein Teil der Energie reflektiert. Bei stark unterschiedlichen Impedanzen wird somit nahezu die gesamte Energie reflektiert. Dies ist z. B. bei der Schallabstrahlung der Fall. Aufgrund des großen Impedanzunterschiedes zwischen schwingender Struktur und umgebender Luft wird meist nur ein marginaler Teil der Schwingungsenergie in das Fluid abgestrahlt, weswegen akustische Leistungen bei Leistungsbilanzen technischer Strukturen i. d. R. vernachlässigt werden. Gleiches gilt für den umgekehrten Fall der Schwingerregung einer Struktur durch einfallenden Luftschall [89].

Bei der Auslegung von Konstruktionen gehört es zum Standardvorgehen, Eingangs- und Ausgangsimpedanzen an Koppelstellen von Bauteilen (z. B. Schiffsmotor auf Fundament) so aufeinander abzustimmen, dass der Energiefluss von einem Bauteil zum nächsten möglichst minimiert wird. Die Wechselwirkungen dieser Anschlussimpedanzen beschreibt unter anderem BACK [90]. Wenn Eingangsimpedanzen optimiert und so die Eingangsleistungen minimiert sind, ist der konstruktive Spielraum jedoch noch nicht ausgeschöpft. Durch eine Variation des Energieflusses und somit der Energieverteilung innerhalb der Struktur, lassen sich weitere

---

<sup>9</sup> Der Begriff ist formal nicht korrekt, da keine Dämpfung im eigentlichen Sinn vorliegt, sondern die Energiedichte aufgrund der räumlichen Ausdehnung abnimmt.

Verbesserungen je nach Zieldefinition erreichen. Betrachtet man als Grenzfläche nicht nur die Oberfläche der Struktur, sondern auch innere „Medienübergänge“ an Inhomogenitäten, Stellen örtlicher Anisotropie sowie an Krümmungen, Querschnittsübergängen, Rippen etc., so lassen sich daraus Maßnahmen zur lokalen Impedanzanpassung im Innern einer Struktur ableiten, um den Energietransport zu beeinflussen. Transmission und Reflexion werden mit dem Transmissionsgrad  $\alpha_t$  bzw. dem Reflexionsgrad  $\alpha_r$  beschrieben. Sie ergeben sich aus den Leistungsunterschieden vor und nach einer Diskontinuität  $P_1$  und  $P_2$  [87]:

$$\alpha_t = \frac{P_2}{P_1}, \quad \alpha_r = 1 - \alpha_t. \quad (5.2)$$

Bei der Ausbreitung von elektrischen Wellen in Leitern, Luftschallwellen in Rohren und Longitudinalwellen in Festkörpern lassen sich Transmissions- und Reflexionsgrade direkt aus den elektrischen und mechanischen Wellenimpedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  bestimmen:

$$\alpha_r = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2 + Z_1} \right)^2, \quad \alpha_t = 1 - \alpha_r = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2}. \quad (5.3)$$

Im Fall der Biegewellen ist dies aufgrund von Nahfeldeffekten etwas komplizierter. Der Transmissionsgrad ist dann sowohl vom Verhältnis der beiden Biegesteifigkeiten als auch von dem der Biegewellenlängen abhängig. Trotz der unterschiedlichen Berechnung der Biegewellenimpedanzen gelten allgemeine Aussagen über die Energieausbreitung und Impedanzen analog für beliebige Wellenarten [89]. So lassen sich durch gezielte Anpassung lokaler Impedanzen lokale Reflexionsgrade  $\alpha_r$  und Transmissionsgrade  $\alpha_t$  derart verändern, dass der Energieeintrag in Substrukturen minimiert oder maximiert werden kann. Eine solche Anpassung der Impedanzen kann durch eine Variation der Massen und Steifigkeiten erfolgen. Die mechanische Impedanz  $\underline{Z}$  ( $\underline{Z} = \underline{F} / \underline{v}$ ) lässt sich unter anderem in einen aus der Steifigkeit und einen aus der Massenträgheit resultierenden Anteil zerlegen. Im Falle eines Einmassenschwingers gelten für die komplexe Steifigkeitsimpedanz  $\underline{Z}_k$  und die komplexe Massenimpedanz  $\underline{Z}_m$  die Zusammenhänge [88]:

$$\underline{Z}_k = -i \frac{k}{\omega}, \quad \underline{Z}_m = i\omega m. \quad (5.4)$$

---

Darin bezeichnet  $k$  die Federsteifigkeit,  $m$  die Masse und  $\omega$  die Eigenkreisfrequenz des Einmassenschwingers. Aus Gleichung (5.4) wird ersichtlich, dass eine Erhöhung der Massen und Steifigkeiten zu einer frequenzabhängigen Erhöhung der Impedanz führt. Dies lässt sich sinngemäß auf die oben beschriebenen Wellenarten und die entsprechenden Impedanzen übertragen.

Die Dämmung von Körperschall durch unterschiedliche Impedanzsprünge wie Sperrmassen und Querschnittsübergänge beschreibt z. B. MÖSER [89] für ausgewählte Beispiele von Balkenstrukturen. Während die Wirkung der Impedanzsprünge prinzipiell bekannt ist, gestaltet sich ihre Applikation zur Dämmung von Körperschall bisher schwierig, da ein gezielter Einsatz bei aktuellem Entwicklungsstand nicht erfolgen kann. Denn für eine effiziente und gezielte Dämmung des Körperschalls, was letztendlich eine Dämmung des Energieflusses bedeutet, muss die Gestalt des Energieflusses bekannt sein. In den weiteren Abschnitten wird daher gezeigt, wie sich die Analyse der STI nutzen lässt, um eine schwingende Struktur effizient mit Elementen zur Reflexion von Körperschall zu ergänzen.

---

### 5.1.1 Impedanzsprünge in Schalenstrukturen

---

Eine Körperschalldämmung durch Reflexion der Körperschallenergie an Impedanzsprüngen in Schalenstrukturen kann mit Hilfe von FE-Simulationen gezeigt werden. Hierfür wird die Rechteckplatte aus Abschnitt 3.4.1 als Schalenmodell in *Abaqus* abgebildet. Zur Modellierung eines Impedanzsprunges durch Masse oder Steifigkeit wird die Platte in zwei Bereiche unterteilt (siehe Abbildung 5-2).

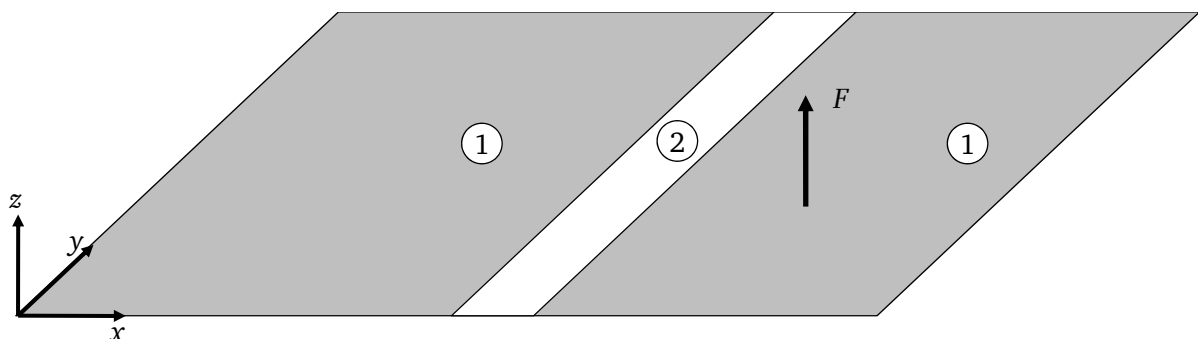


Abbildung 5-2: Platte mit Impedanzsprung

Im realen Experiment ist eine Trennung von massen- und steifigkeitswirksamen Maßnahmen i. d. R. nicht möglich, da jede Variation des Materials und der Geometrie stets Masse und Steifigkeit beeinflusst. Um die Effekte der Masse und der Steifigkeit getrennt voneinander betrachten zu können, wird daher von der Realität abstrahiert und es werden Punktmassen oder Federn dem Modell der Platte in Bereich 2 hinzugefügt. In einer transienten FE-Berechnung wird am Kraftangriffspunkt eine harmonische Punktlast  $F(t)$  mit

$$F(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases} ; \quad f = 300 \text{ Hz}$$

aufgebracht. Abbildung 5-3 zeigt die Schnelleverteilung der Platte  $v(t)$  zu vier ausgewählten Zeitschritten für den Fall des Impedanzsprunges durch zusätzliche Punktmassen an den Knoten des Modells in Bereich 2. Eine Applikation von Federn in  $z$ -Richtung liefert vergleichbare Ergebnisse ebenso wie eine Umkehr der Impedanzsprünge durch Applikation der Punktmassen oder Federn in Bereich 1 statt in Bereich 2.

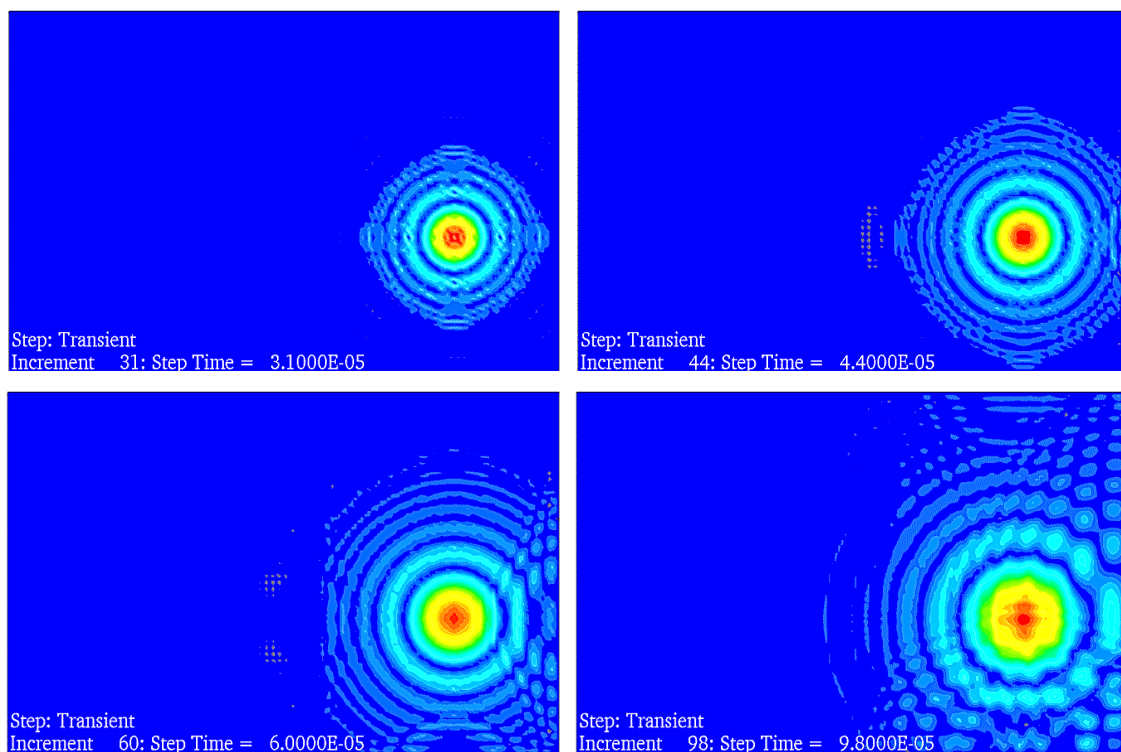


Abbildung 5-3: Körperschalldämmung durch Massenimpedanz

Zu Beginn breiten sich die Körperschallwellen ringförmig vom Ort der Erregung aus (Abbildung 5-3 links oben). Bei Auftreffen der Wellenfront auf den rechten Plattenrand kommt es zu ersten Reflexionen und Interferenzmustern (Abbildung 5-3 rechts oben). Kurz darauf erreicht die Wellenfront den unteren Rand und den Bereich 2 mit dem modellierten Impedanzsprung (Abbildung 5-3 links unten). Auch hier kommt es zu deutlichen Reflexionen und die Dämmwirkung wird sichtbar. Mit einer zeitlichen Verzögerung und reduzierten Amplituden wird schließlich ein Teil der Wellen in den linken Plattenabschnitt transmittiert (Abbildung 5-3 rechts unten).

### 5.1.2 Ableitung von Dämmmaßnahmen aus STI-Analysen

Das beschriebene Potenzial von Impedanzsprüngen zur Dämmung des Körperschalltransfers ist bekannt und wird in vielen Fällen im Rahmen des lärmarmen Konstruierens eingesetzt. Die Auslegung solcher Maßnahmen zur Erhöhung der Eingangsimpedanz einer Struktur am Kraftangriffspunkt, z. B. bei Motorlagern durch Aufbringen von Vorschalt- oder Sperrmassen, gelingt vergleichsweise einfach. Eine entsprechende Gestaltung vergleichbarer Maßnahmen zur Dämmung von Körperschall innerhalb flächiger Strukturkomponenten ist bisher allerdings deutlich schwieriger, da die Platzierung von Modifikationen auf empirischen Erkenntnissen beruht, die sich oftmals auf akademische Sonderfälle stützen und sich nicht direkt auf reale Bauteile übertragen lassen.

Einen gezielten und effizienten Ansatz zur Auslegung von Maßnahmen zur Körperschalldämmung ermöglicht die Untersuchung der Strukturintensität. Durch eine Identifikation der maßgeblichen Transferpfade der Körperschallenergie können die Bereiche der Struktur ermittelt werden, welche zur effektiven Dämmung von Körperschall geeignet sind. Hierfür ist es zudem sinnvoll, die Strukturintensität von Schalen  $\mathbf{I}'$  in drei relevante Teile zu zerlegen:

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} I'_x \\ I'_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underbrace{N_x v_x + N_{xy} v_y}_{\text{Ip translatorisch}} + \underbrace{M_x \dot{\phi}_y - M_{xy} \dot{\phi}_x}_{\text{Oop rotatorisch}} & \underbrace{+ Q_x v_z}_{\text{Oop translatorisch}} \\ \underbrace{N_y v_y + N_{yx} v_x}_{\text{Ip translatorisch}} - \underbrace{M_y \dot{\phi}_x + M_{yx} \dot{\phi}_y}_{\text{Oop rotatorisch}} & \underbrace{+ Q_y v_z}_{\text{Oop translatorisch}} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Diese Zerlegung in translatorische In-plane-Anteile, translatorische Out-of-plane-Anteile sowie rotatorische Out-of-plane-Anteile liefert weitere Aufschlüsse darüber, bei welchen Freiheitsgraden die Massen- oder Steifigkeitsimpedanzen zur Dämmung des Körperschalls variiert

---

werden müssen. Eine entsprechende Anpassung der lokalen Impedanzen durch Variation der Massen und Steifigkeiten an den Orten großer Energieflüsse führt somit zu einer gezielten Körperschalldämmung.

Ist es das Ziel, die Schwingungen einzelner Frequenzen oder Schwingformen zu beeinflussen, gelingt dies durch eine entsprechende Auswertung der frequenzabhängigen aktiven STI  $I'_a(f)$ . Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich die Energiepfade mit steigender Frequenz immer feiner verästeln (siehe Abschnitt 3.3) und somit immer mehr Pfade berücksichtigt werden können und müssen. Sollen Maßnahmen für einen größeren Frequenzbereich ausgelegt werden, so wird das Integral der aktiven STI über diesen Frequenzbereich ausgewertet:

$$\langle I' \rangle = \int_f I'_a df. \quad (5.6)$$

Hierbei wird sich jedoch nur in wenigen Fällen ein einziger räumlich begrenzter Bereich finden lassen, der zur Dämmung aller Frequenzanteile hinreichend geeignet ist. Das beschriebene Vorgehen wird im Weiteren an einer Pkw-Ölwanne und einem Pkw-Gepäckraumboden konkretisiert. Hierzu werden entsprechende FE-Berechnungen der dynamischen Schwinggrößen sowie der Strukturintensität durchgeführt und ausgewertet.

---

### 5.1.3 Körperschalldämmung am Beispiel einer Ölwanne

---

Als erstes Anwendungsbeispiel wird eine Ölwanne aus Aluminium betrachtet. Dabei wird das vorhandene FE-Modell einer Ölwanne untersucht, welches dem am Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM der Technischen Universität Darmstadt bearbeiteten EU-Projekt InMAR (Intelligent Materials for Active Noise Reduction) entstammt. Die Ölwanne ist auf einem Stahlrahmen montiert, der die Anbindung an die Karosserie abbilden soll. Seine Basisfläche wird in der Simulation fest eingespannt (Abbildung 5-4 rechts). Die Ölwanne wird durch eine harmonische Punktlast auf der Oberseite normal zu ihrer Oberfläche schwingerregt (Abbildung 5-4 links). Das Modell hat eine Gesamtmasse von ca. 5,5 kg. Aus den gewählten Randbedingungen ergeben sich die in Tabelle 5-1 angegebenen neun ersten Resonanzfrequenzen. Die korrespondierenden Betriebsschwingformen sind in Abbildung 5-5 dargestellt.



Tabelle 5-1: Resonanzfrequenzen der Ölwanne

Eigenfrequenz Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequenz in Hz	660	1064	1498	1625	1782	1807	1874	1981	2263

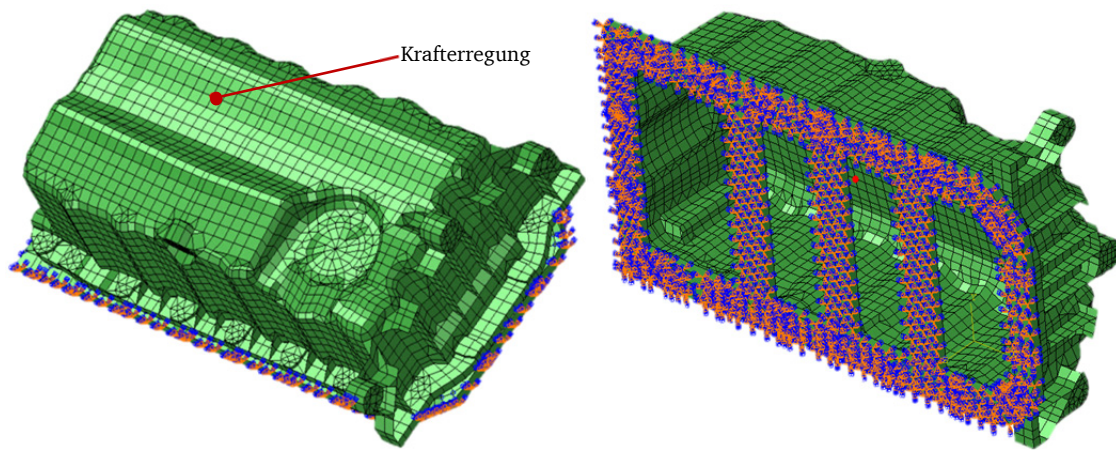


Abbildung 5-4: FE-Modell der Ölwanne

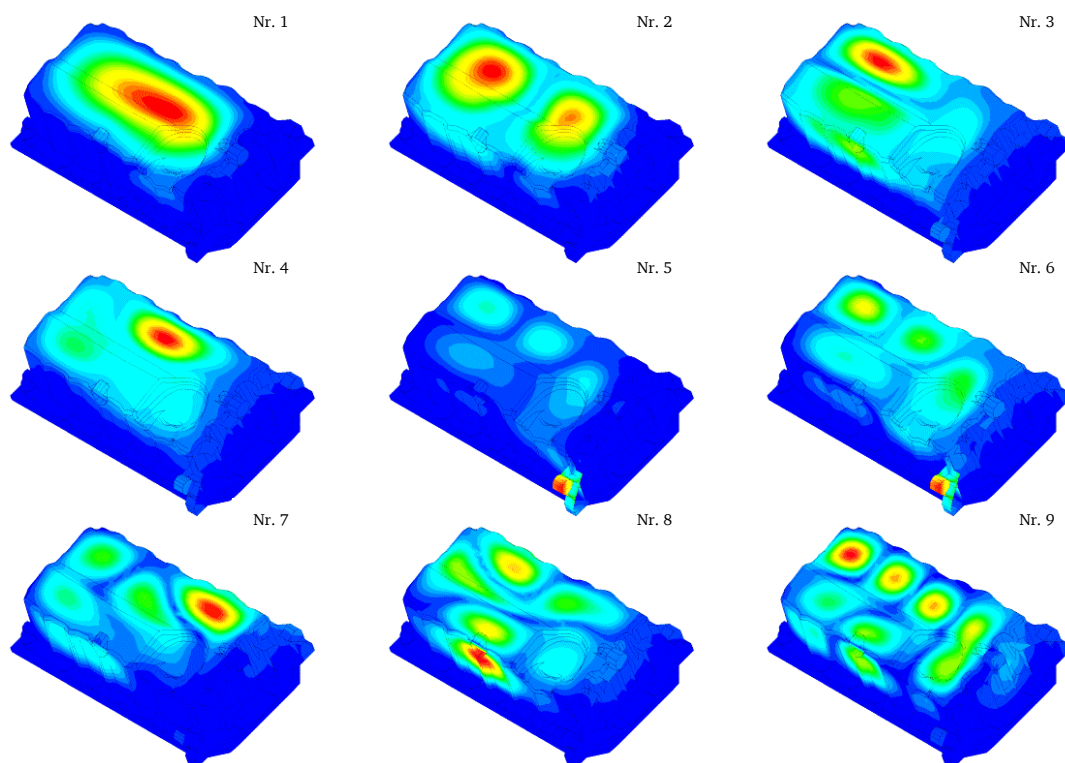


Abbildung 5-5: Betriebsschwingformen der Ölwanne

Im Folgenden werden auf Basis von Analysen der Strukturintensität bei ausgewählten Resonanzfrequenzen zwei Modifikationen der Ölwanne zur Körperschalldämmung durch Variation der lokalen Massen- und Steifigkeitsimpedanzen beschrieben. Zur getrennten Betrachtung der Effekte von Masse und Steifigkeit werden in Anlehnung an das Vorgehen aus Abschnitt 5.1.1 wiederum Punktmassen und Federelemente dem FE-Modell der Ölwanne hinzugefügt.

### 5.1.3.1 Variation der lokalen Massenimpedanz

Zunächst wird die Möglichkeit der Körperschalldämmung durch Zusatzmassen am Beispiel der zweiten Resonanzschwingung betrachtet. Eine Analyse des Energieflusses ergibt, dass ein bedeutender Anteil der Energie auf einem Pfad durch und entlang der Schräge (Versteifung) auf der Oberseite der Ölwanne fließt (siehe Abbildung 5-6). Ebenso zeigt sich eine Konzentration der aktiven Strukturintensität  $I'_a$  an der Rundkante im vorderen Teil der Oberseite, welche ebenfalls eine Versteifung darstellt.

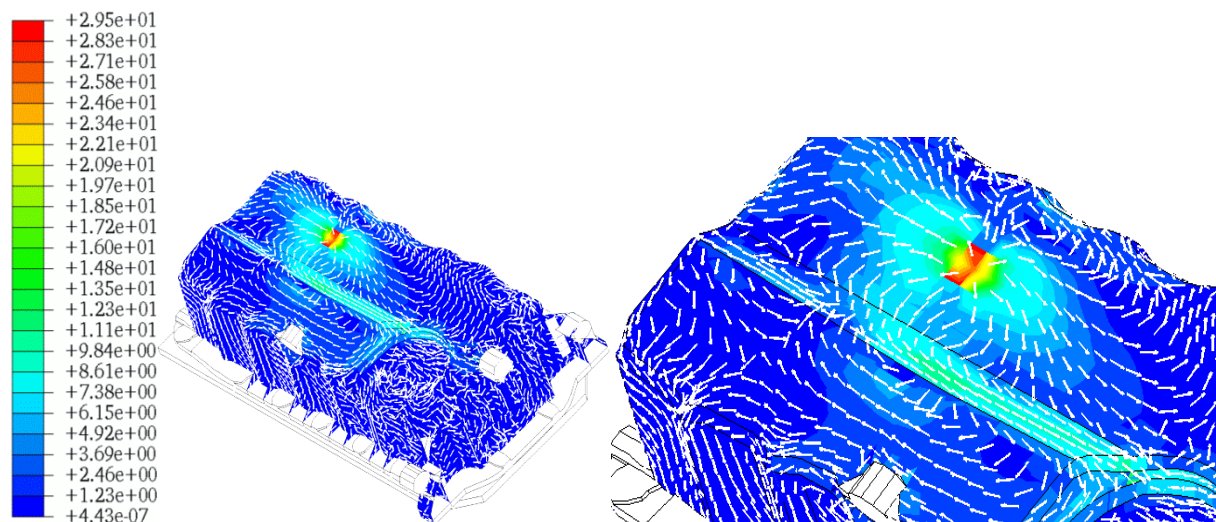


Abbildung 5-6: Aktive STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne mit Detailansicht (rechts)

Ein Vergleich der einzelnen STI-Anteile macht deutlich, dass vor allem In-plane-Schwingungen die Energie durch diese Versteifung transportieren, während in der Nähe der Körperschallquelle zunächst die Biegewellenanteile den Energiefluss dominieren. Dies ist in Abbildung 5-7 dargestellt. An den Kanten der Schräge bricht jeweils der Energiefluss der Out-of-plane-Wellen, welche sich von der Quelle ausgehend ausbreiten, ein. Umgekehrt nimmt die Energieflussdichte der In-plane-Wellen hier zu. Dies verdeutlicht nochmals die anhand des

Stahlkastens in Abschnitt 4.4 gezeigte Umwandlung der Wellenarten an unebenen Koppelstellen durch den Übergang von Normalkraftverläufen zu Querkraftverläufen und umgekehrt.

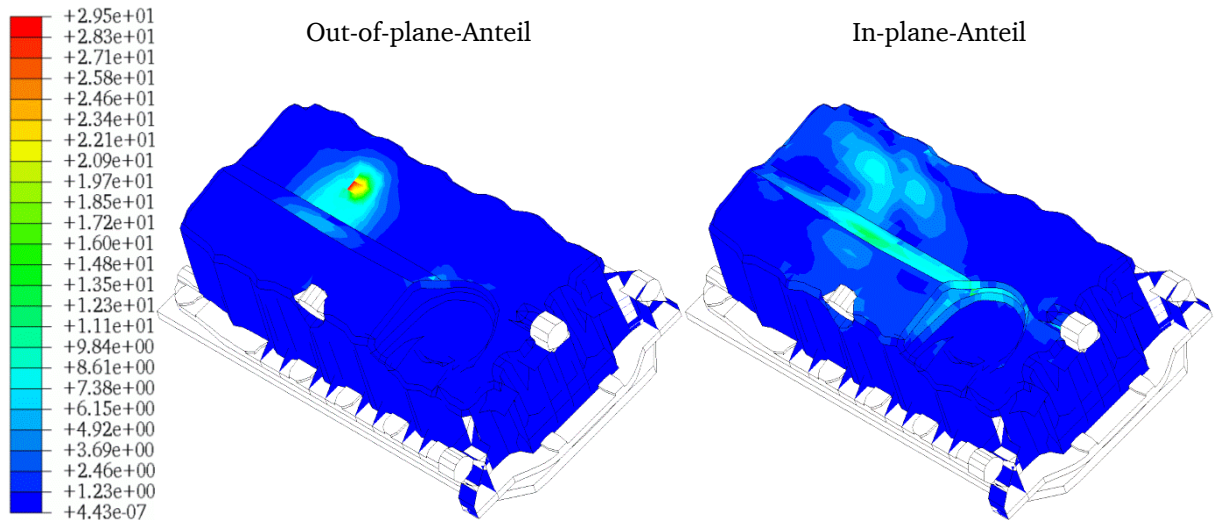


Abbildung 5-7: Beträge der Wellenanteile der aktiven STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) für die 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne

Um den Hauptpfad der Energie durch einen Sprung der Massenimpedanz zu beeinflussen, werden im Bereich des größten Energieflusses zusätzliche Punktmassen aufgebracht (orange Markierungen in Abbildung 5-8). Die Gesamtmasse der Ölwanne wird dadurch von 5,5 kg auf 5,6 kg erhöht, was einer Massenzunahme um 1,8% entspricht. Durch dieses Verstimmen des mechanischen Systems sinkt die zweite Resonanzfrequenz von 1064 Hz auf 884 Hz (die folgenden Vergleiche zeigen stets gleiche Resonanzschwingungen statt gleicher Frequenzen).

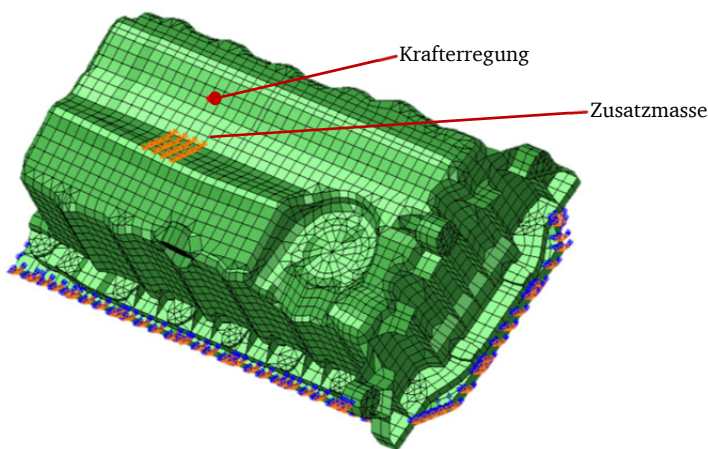


Abbildung 5-8: Punktmassen auf der Ölwanne



Die Applikation der Zusatzmassen führt bei der betrachteten Resonanzschwingung nicht zu einer deutlichen Veränderung der Körperschallpfade in ihrer räumlichen Ausrichtung. Die Dämmwirkung zeigt sich vielmehr darin, dass auf den Pfaden insgesamt weniger Energie transportiert wird, was in reduzierten Amplituden der Strukturintensität resultiert (Abbildung 5-9). So nimmt der Betrag der Intensität durch die Modifikation der Sperrmassen um mehr als eine Größenordnung ab. Der reduzierte Energiefluss führt auch zu einer deutlichen Reduktion der Schwingamplituden. Die Amplitude der Schnelle nimmt ebenfalls um eine Größenordnung ab (Abbildung 5-10).

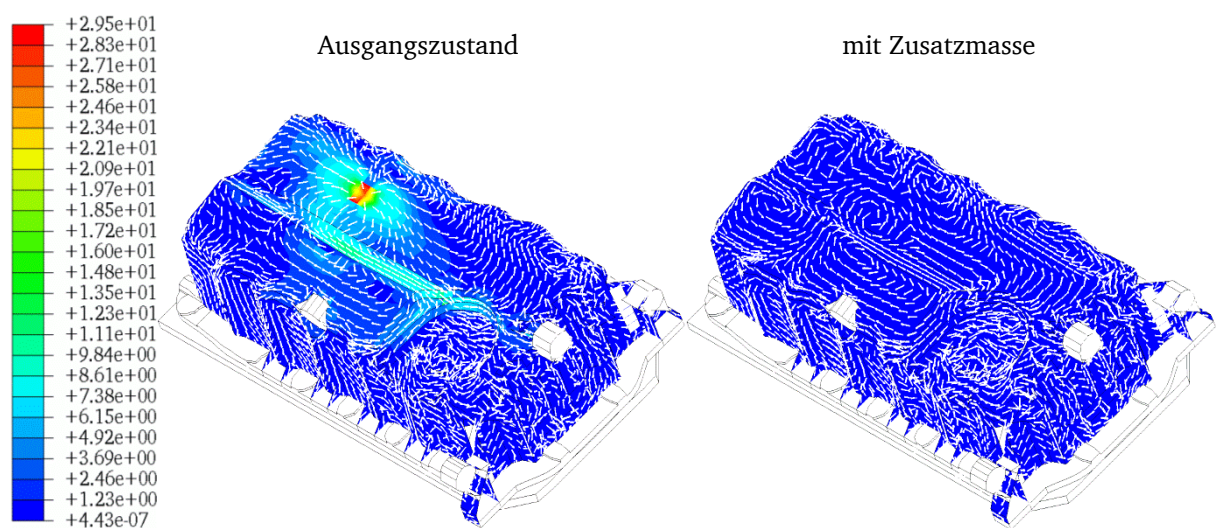


Abbildung 5-9: Aktive STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse

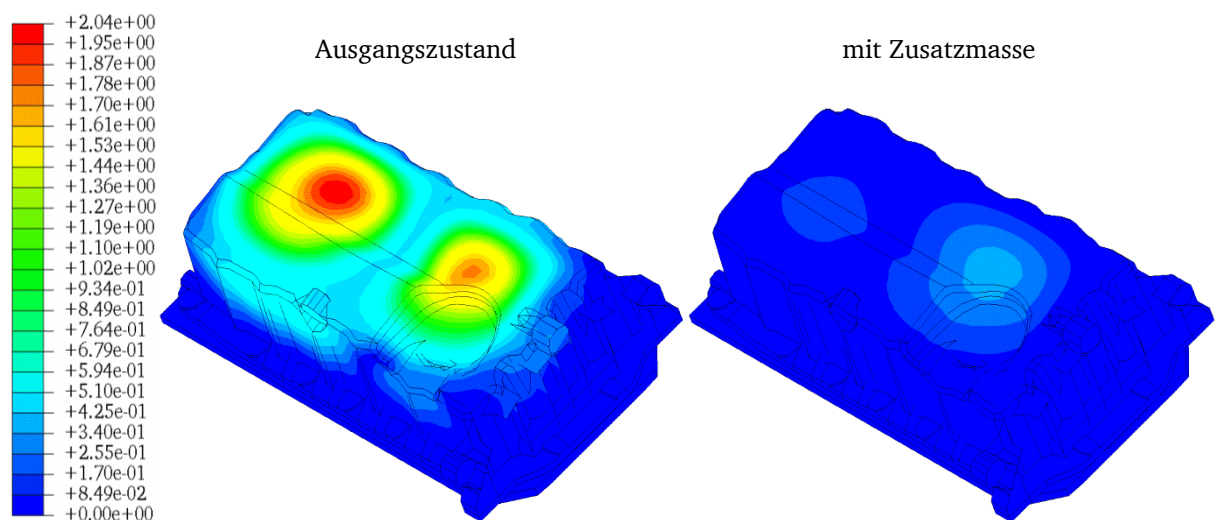


Abbildung 5-10: Schnelleverteilung  $v$  (in  $\text{m s}^{-1}$ ) der 2. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse

Da die Schräge auf der Ölwanne auch für weitere Resonanzschwingungen maßgeblich am Energiefluss beteiligt ist, wirkt sich die Zusatzmasse auch für andere Frequenzen ähnlich dem gezeigten Beispiel aus. Die Körperschalldämmung liefert jedoch nicht zwangsläufig verringerte Schwingamplituden. So führt die Dämmung bei der dritten Resonanzfrequenz zu einer geringen Abnahme der Schnelle im vorderen Teil der Oberseite. Gleichzeitig erhöht sich jedoch die Schnelleamplitude im hinteren Teil der Oberseite, da sich die Schwingungsenergie hier aufstaut und nicht abfließen kann (siehe Abbildung 5-11).

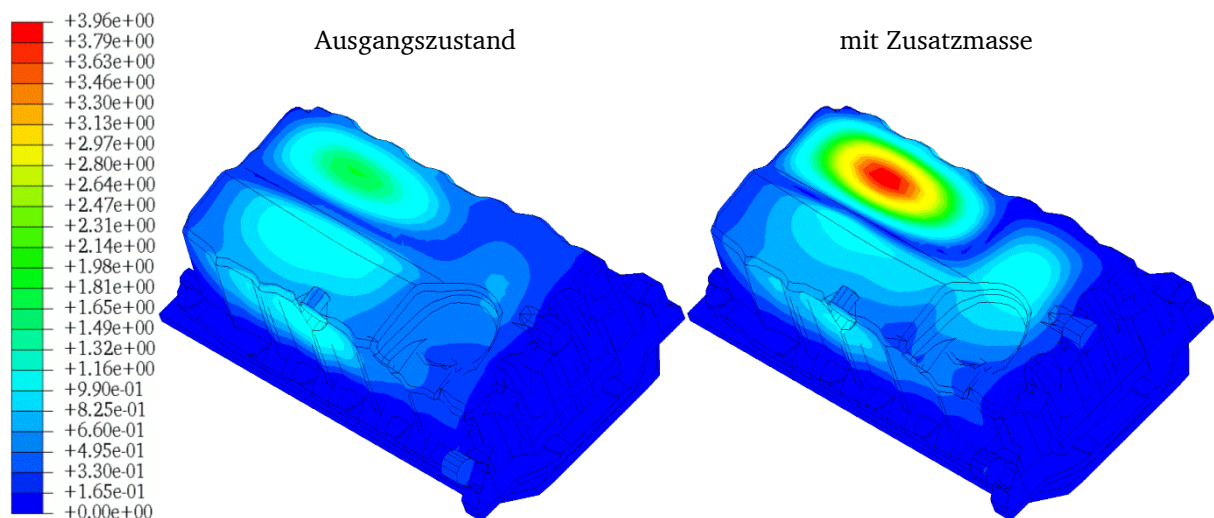


Abbildung 5-11: Schnelleverteilung  $v$  (in  $\text{m s}^{-1}$ ) der 3. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzmasse

Dieses Verhalten entspricht den Auswirkungen von Dämmungsmaßnahmen in der Luftschallakustik. Es tritt z.B. bei der Verwendung von Kapseln auf. Eine entsprechend ausgelegte Kapselung einer Quelle des Luftschalls führt zu einer geringeren Schallimmission außerhalb der Kapsel. Da die emittierte Schallleistung jedoch unverändert bleibt, erhöht sich daraufhin der Luftschallpegel innerhalb der Kapsel (vor der Dämmungsmaßnahme).

### 5.1.3.2 Variation der lokalen Steifigkeitsimpedanz

Nach dem Beispiel der Sperrmasse im vorangegangenen Abschnitt wird nun die Variation von Steifigkeiten zur Dämmung von Körperschall am Beispiel der achten Resonanzschwingung der Ölwanne beschrieben. Auch für diese Frequenz zeigt sich, dass wiederum die Schräge auf der Oberseite eine maßgebende Rolle für den Wirkanteil der Intensität spielt. Ausgehend vom Kraftangriffspunkt kreuzt der Energiefluss die Schräge auf dem Weg zur Frontseite der Öl-

wanne (Abbildung 5-12). Dabei kommt es an den Kanten zum Wechsel von Out-of-plane- zu In-plane-Schwingungen und umgekehrt, so dass im Bereich der Schräge wieder die In-plane-Anteile dominieren (Abbildung 5-13).

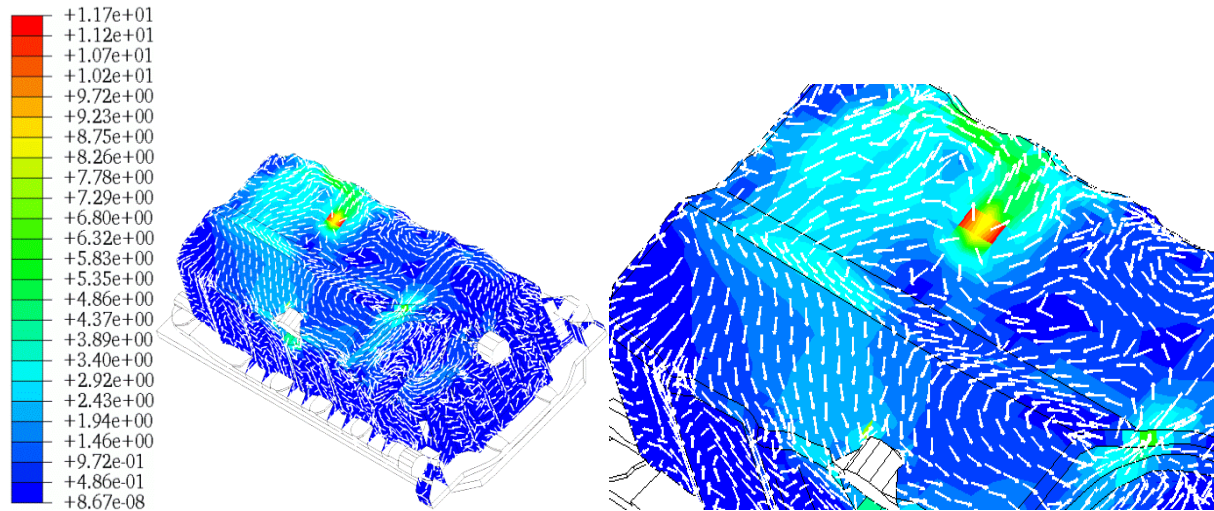


Abbildung 5-12: Aktive STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne mit Detailansicht (rechts)

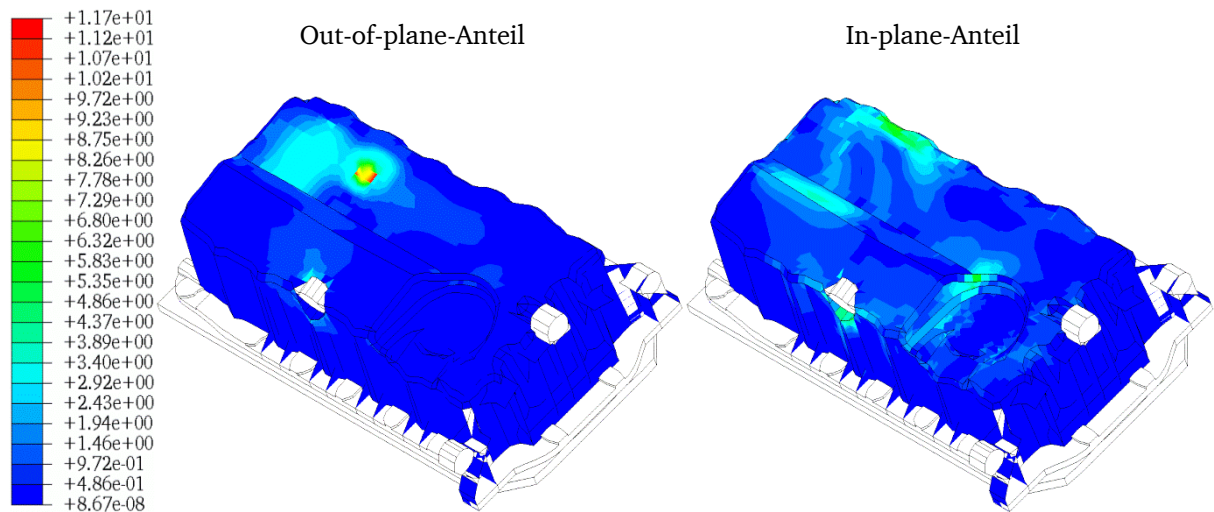


Abbildung 5-13: Betrag der aktiven STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) für die 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne

Da zur Dämmung diesmal die Steifigkeit variiert werden soll, werden in dem Bereich des größten Energieflusses in der Schräge Federn parallel zur Oberfläche appliziert, um die Impedanz ausschließlich für In-plane-Schwingungen zu erhöhen (orange Markierungen in Abbildung 5-14). Die achte Resonanzfrequenz erhöht sich durch dieses Verstimmen der Struktur

von 1981 Hz auf 2031 Hz (die Folgenden Vergleiche zeigen stets gleiche Resonanzschwingungen statt gleicher Frequenzen).

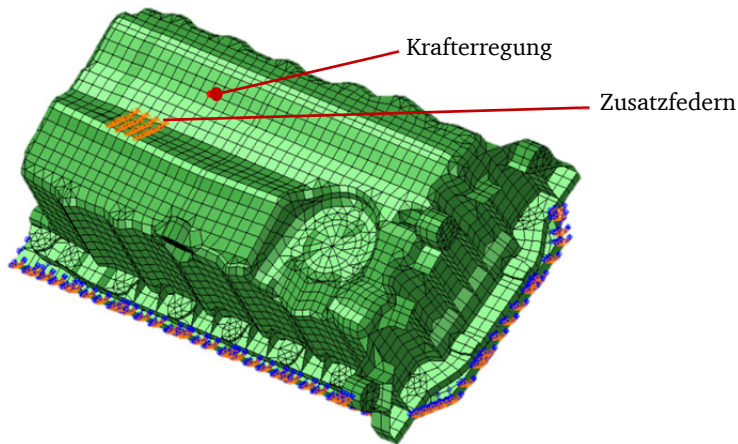


Abbildung 5-14: Ölwanne mit Versteifung

Auch die Applikation der Federn verändert den Wirkanteil des Energieflusses nicht grundlegend und die einzelnen Pfade bleiben in ihrer Ausrichtung weitgehend erhalten. Allerdings stellt sich auch hier eine deutliche Dämmwirkung ein, welche die durch die Schräge übertragene Energie um den Faktor 5 reduziert (Abbildung 5-15).

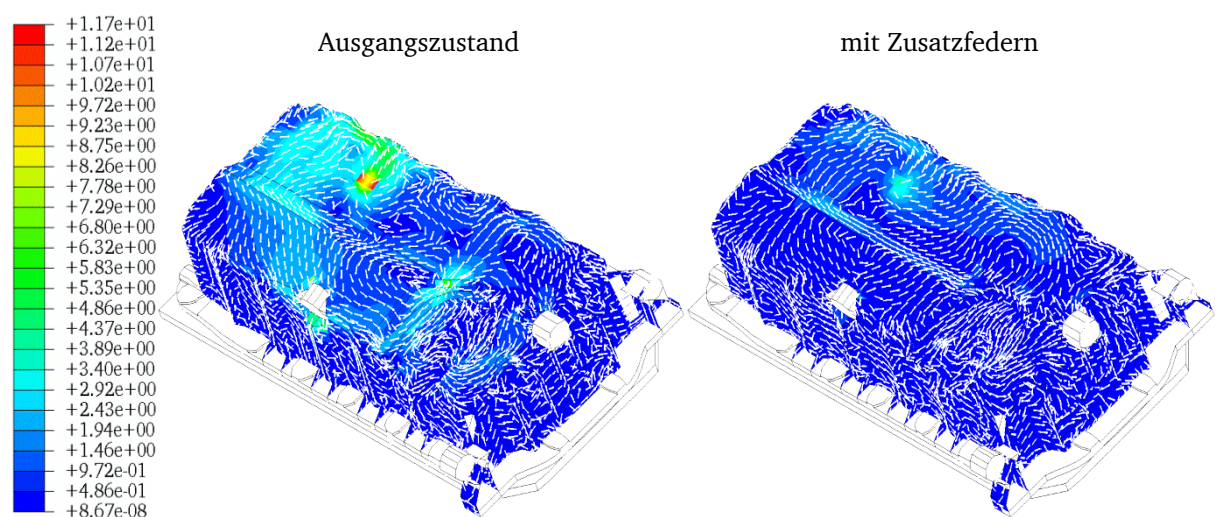


Abbildung 5-15: Aktive STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzfedern



Der geringere Energiefluss zur Frontseite der Ölwanne resultiert auch in global verminderten Schnelleamplituden. So reduziert sich die Schnelle auf der Frontseite um etwa den Faktor 3. Deutlicher fallen die Amplitudenabnahmen auf der Oberseite aus, wo die Reduktionen im Bereich einer Größenordnung liegen. Abbildung 5-16 zeigt die Schnelleverteilungen für die betrachtete Resonanzfrequenz ohne und mit Zusatzfedern.

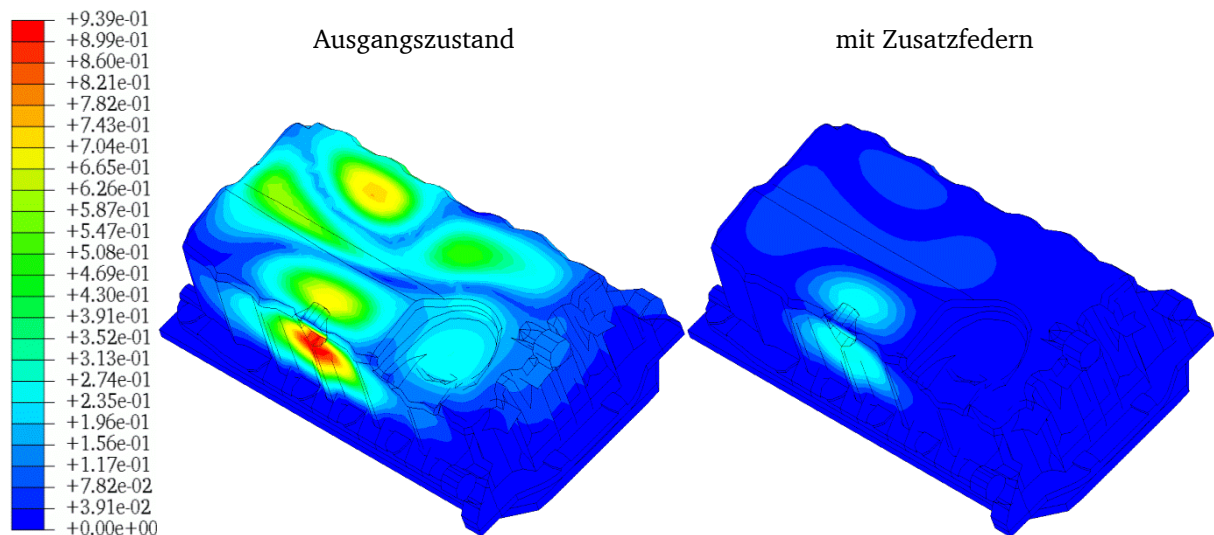


Abbildung 5-16: Schnelleverteilung  $v$  (in  $\text{m s}^{-1}$ ) der 8. Resonanzfrequenz der Ölwanne ohne und mit Zusatzfedern

Die Unterschiede in der Pegelabnahme sind darin begründet, dass zum einen der Energiefluss über die Oberseite eingeschränkt ist, was zu der stärkeren Wirkung dort führt. Zum anderen fällt auf der Frontseite die Wirkung geringer aus, da hierhin die Energie über zusätzliche Nebenpfade fließen kann, welche von der Maßnahme nicht beeinflusst werden. Dies macht deutlich, dass eine Beeinflussung des Körperschalltransfers bei multiplen Transferpfaden im Einzelfall schwieriger sein kann als bei Ein-Pfad-Übertragungen.

### 5.1.3.3 Experimentelle Verifikation

Zur Verifikation wird die Applikation der Zusatzmasse experimentell überprüft. Hierfür wird die Ölwanne frei schwingend in einem Rahmen aus Aluminiumprofilen aufgehängt (Abbildung 5-17 links). Die harmonische Erregung erfolgt mit einem auf der Innenseite angebrachten Shaker (Abbildung 5-17 rechts). Dort wird auch ein Stahlklotz als Massenmodifikation aufgeklebt. Als Erregersignal wird ein einzelner Sinus mit der Frequenz der zu untersuchenden Resonanzschwingung verwendet. Für Messung der Oberflächenschnelle an der



Oberseite der Ölwanne wird ein Scanning-Laser-Doppler-Vibrometer (SLDV) von *Polytec* verwendet. Bei der frei schwingenden Ölwanne stellt sich bei 879 Hz ebenfalls eine Resonanzschwingung ein, welche der 2. Eigenschwingung der eingespannten Variante qualitativ entspricht.

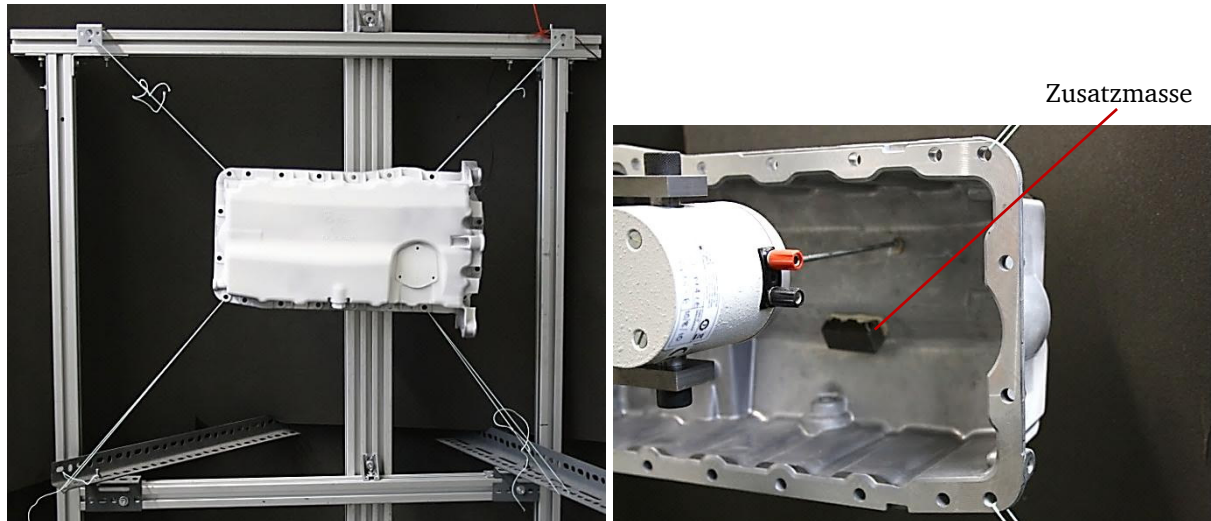


Abbildung 5-17: Messaufbau

Da kein hinreichend genaues Messverfahren für beliebig gekrümmte Strukturen existiert, kann die STI nur mit dem FE-Modell ermittelt werden und somit nicht zur direkten Bestätigung der Ergebnisse aus Abschnitt 5.1.3.1 herangezogen werden. Daher erfolgt die Verifikation auf Basis der sich einstellenden Schnelleverteilungen.

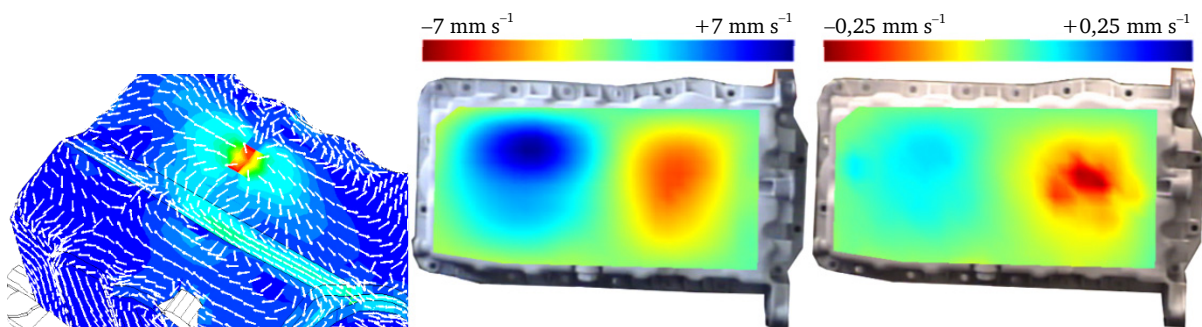


Abbildung 5-18: Aktive STI (links) sowie gemessene Schnelle der Ölwanne im Ausgangszustand (Mitte) und mit Zusatzmasse (rechts)

---

Die gemessenen Oberflächenschnellen für den Ausgangszustand und die modifizierte Ölwanne sind in Abbildung 5-18 dargestellt (der Vergleich zeigt wiederum gleiche Resonanzschwingungen statt gleicher Frequenzen). Eine Applikation der Zusatzmasse führt im Experiment zu einer Reduktion der Schnelle auf der Oberseite um etwa eine Größenordnung. Dies entspricht prinzipiell den Ergebnissen der FE-Simulation, so dass sich diese im Versuch bestätigen lassen.

---

#### 5.1.4 Körperschalldämmung am Beispiel eines Gepäckraumbodens

---

Als zweites Anwendungsbeispiel wird der Gepäckraumboden eines *Chrysler Neon* untersucht. Das FE-Modell (Schalenmodell) ist den Tutorials der Akustiksoftware *Virtual Lab* entnommen. In erster Näherung zu einer realen Anwendung ist es das Ziel der hier durchgeführten Maßnahmen, den Körperschalltransfer vom Heckbereich (durch Fahrbahnerregung etc.) in den Innenraum zu reduzieren. Hierfür wird als Zielgröße die Schnelle im Bereich der Rückbank herangezogen, welcher den Übergang zum Innenraum darstellt. Eine Verminderung der Schnelleamplituden in diesem Bereich ist mit einer reduzierten Fluidschallabstrahlung im Innenraum gleichzusetzen. Die Schnellepegel im Gepäckraum selbst bleiben für die Bewertung unberücksichtigt. Im Rahmen der durchgeführten Maßnahmen zur Körperschalldämmung ist es somit zulässig, dass sich die Schnellepegel und dadurch die Schallabstrahlung im Gepäckraum erhöhen. Eine mögliche Luftschallübertragung vom Gepäckraum zum Innenraum wird vernachlässigt, da in dieser Arbeit nur Körperschallübertragungen betrachtet werden.

Die Struktur wird mit einer harmonischen Punktlast hinter dem rechten Radkasten schwingeregt (siehe Abbildung 5-19 links). Das Modell hat eine Gesamtmasse von ca. 12,2 kg. In Annäherung des realen Einbauszustandes im Fahrzeugrahmen wird das Modell an seinen Rändern eingespannt. Daraus ergeben sich die in Tabelle 5-2 aufgeführten ersten 20 Resonanzfrequenzen. Diese decken den Frequenzbereich bis 188 Hz ab und sind für die Körperschallakustik im Fahrzeugbau weitgehend repräsentativ.

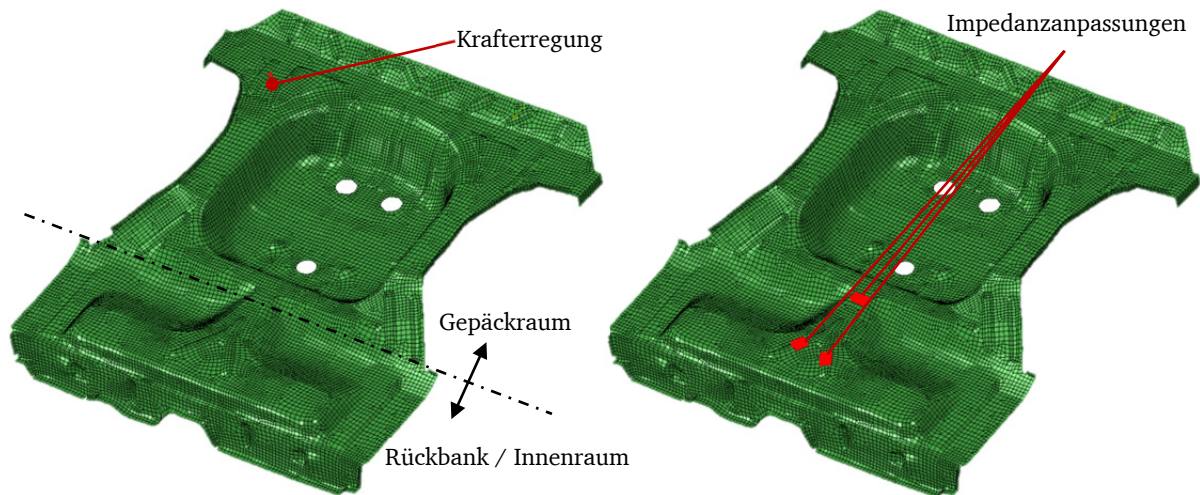


Abbildung 5-19: FE-Modell des Gepäckraumbodens mit markierter Anregungsstelle (links) und markierten Zonen der Impedanzanpassung (rechts)

Bis etwa 200 Hz wird das Schallfeld im Fahrzeuginnenraum im Wesentlichen vom Körperschall der Karosserie dominiert. Ursachen hierfür sind zum einen Schwingungen der Karosserie durch Fahrbahnerregung über die Räder und das Fahrwerk. Zum anderen induzieren Antriebs- und Betriebsaggregate wie Motoren und Klimakompressoren durch ihre inneren Betriebskräfte an den Lagern Körperschall in die Karosserie. Ab 200 Hz spielt der direkte Luftschall durch Außengeräusche, Abstrahlung der Abgasanlage und aeroakustische Phänomene eine immer größere Rolle. Ab etwa 400 Hz kann das Schallfeld im Innenraum weitgehend auf direkten Luftschall zurückgeführt werden [76].

Tabelle 5-2: Eigenfrequenzen des Gepäckraumbodens

Eigenfrequenz Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frequenz in Hz	39	50	59	77	89	91	104	106	125	137
Eigenfrequenz Nr.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Frequenz in Hz	141	155	161	164	167	176	177	179	185	188

Für die gewählte Erregung folgen somit die in Abbildung 5-20 dargestellten Betriebsschwingformen bei den entsprechenden Resonanzfrequenzen.

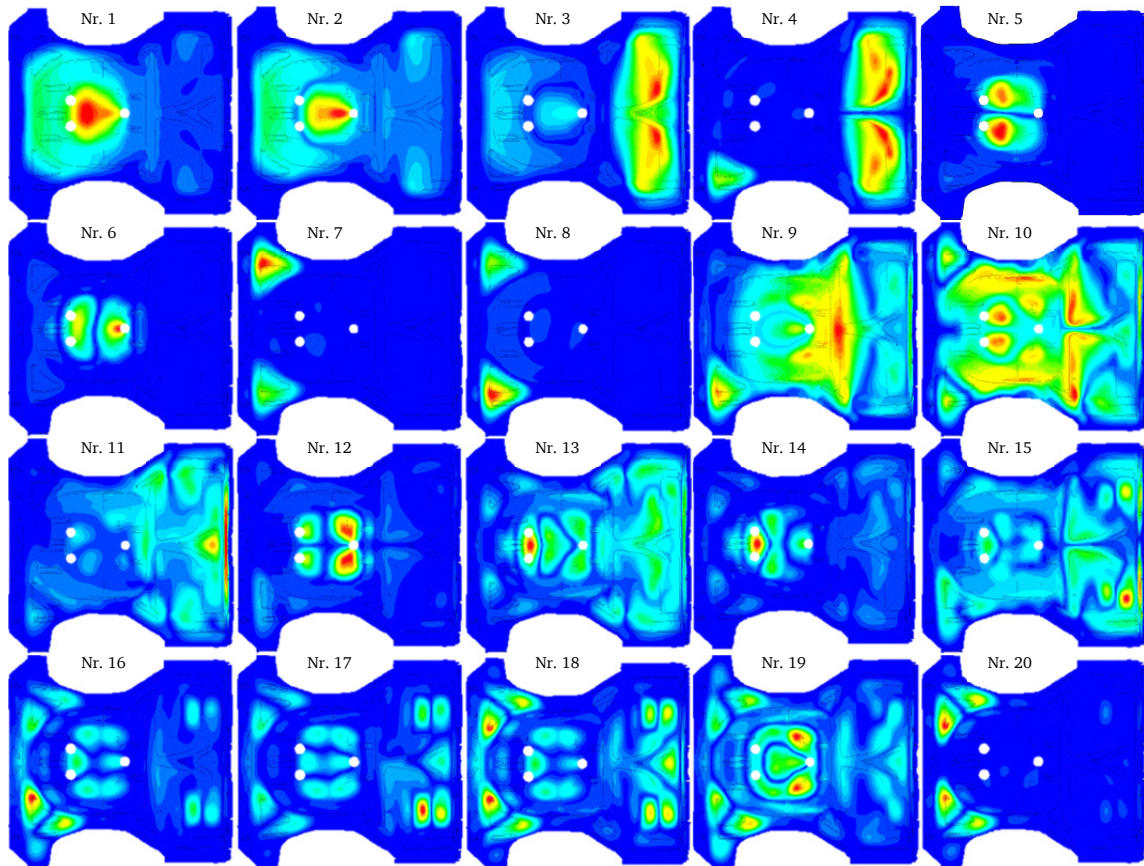


Abbildung 5-20: Betriebsschwingformen des Gepäckraumbodens

Ähnlich wie bei der Ölwanne zeigt sich auch beim Gepäckraumboden, dass die Schwingungsenergie bei ihrer Ausbreitung oft Wege entlang der versteifenden Elemente beschreitet. Beim Gepäckraumboden ist in besonderem Maße die V-förmige Sickenkonstruktion, welche den Übergang vom Mitteltunnel zur Reserveradmulde bildet, am Energieaustausch zwischen dem Bereich des Gepäckraums und der Rückbank beteiligt. Dies ist in Abbildung 5-21 am Beispiel der 18. Resonanzschwingung verdeutlicht. Eine Zerlegung der Strukturintensität in ihre einzelnen Anteile zeigt, dass die Energie an dieser Koppelstelle wiederum hauptsächlich durch In-plane-Schwingungen übertragen wird (siehe Abbildung 5-22). Dieser typische Verlauf tritt in ähnlicher Form auch bei den meisten anderen Resonanzfrequenzen im gewählten Frequenzbereich auf, wobei die Amplituden und die Lage der Maxima in der V-Sicke variieren. Die im Folgenden durchgeführten Maßnahmen zur Impedanzanpassung werden gezielt für die 18. Resonanzschwingung ausgelegt.



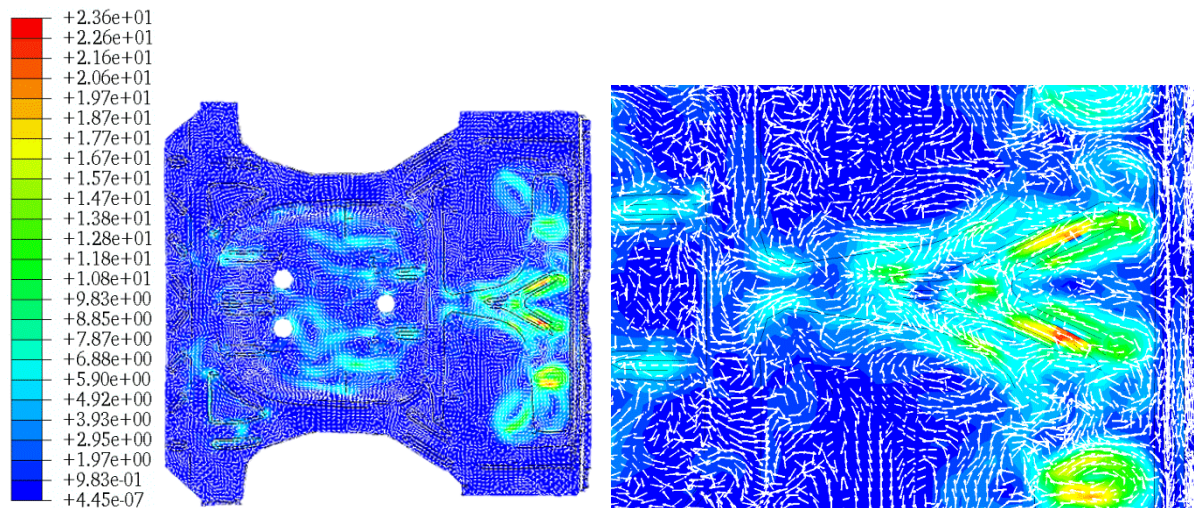


Abbildung 5-21: Aktive STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens mit Detailansicht (rechts)

Zur Erhöhung der Massen- oder Steifigkeitsimpedanz werden Zusatzmassen oder Zusatzfedern am Übergang der Reserveradmulde zur V-Sicke und in den beiden Maxima des Energieflusses in der Sicke appliziert (siehe Abbildung 5-19 rechts).

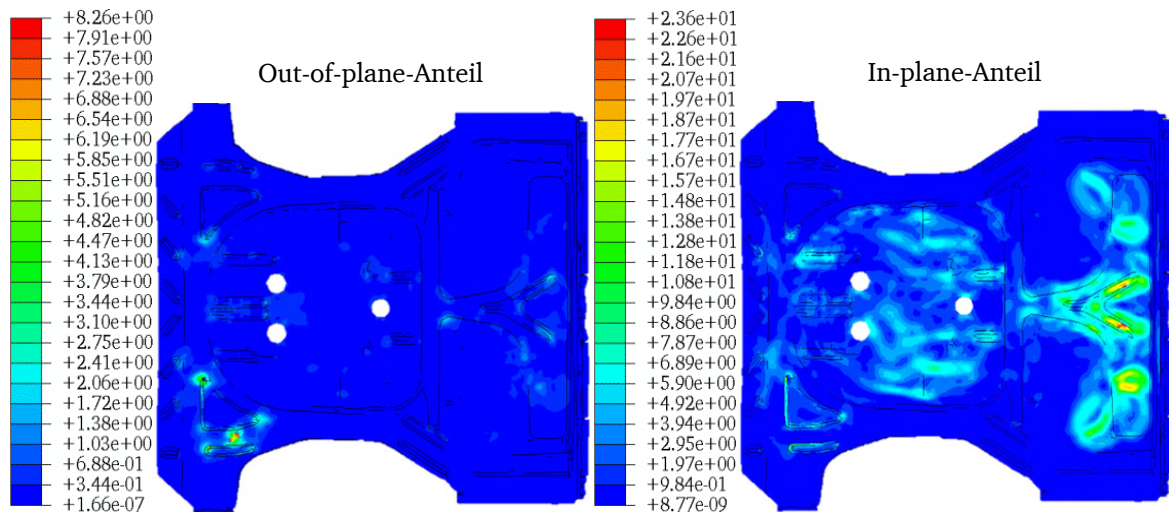


Abbildung 5-22: Wellenanteile der aktiven STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz (out-of-plane links, in-plane rechts)

Die Zusatzmassen von insgesamt 1 kg (dies entspricht einer Massenerhöhung um ca. 5%) werden gleichmäßig auf die drei Zonen verteilt. Gleiches gilt für die Federn, die zur Erhöhung der Steifigkeitsimpedanz ausschließlich parallel zur Schalenoberfläche wirken. Beide Maß-

nahmen haben nur geringen Einfluss auf die Lage der betrachteten Eigenfrequenzen, welche sich um maximal 2 Hz verschieben.

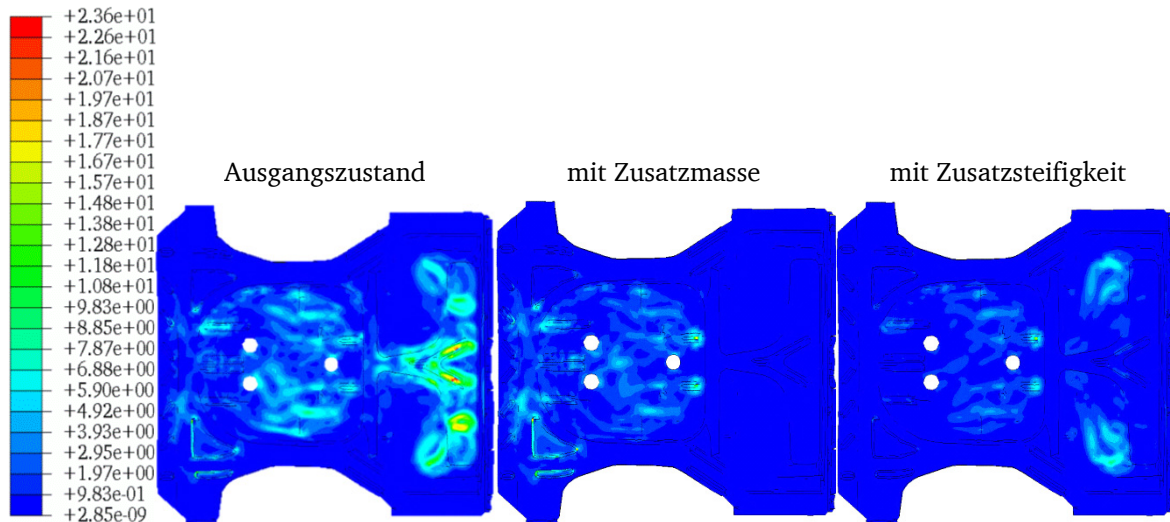


Abbildung 5-23: Beträge der In-plane-Intensitäten (in  $\text{W m}^{-1}$ ) der 18. Resonanzfrequenz des Gepäckraumbodens

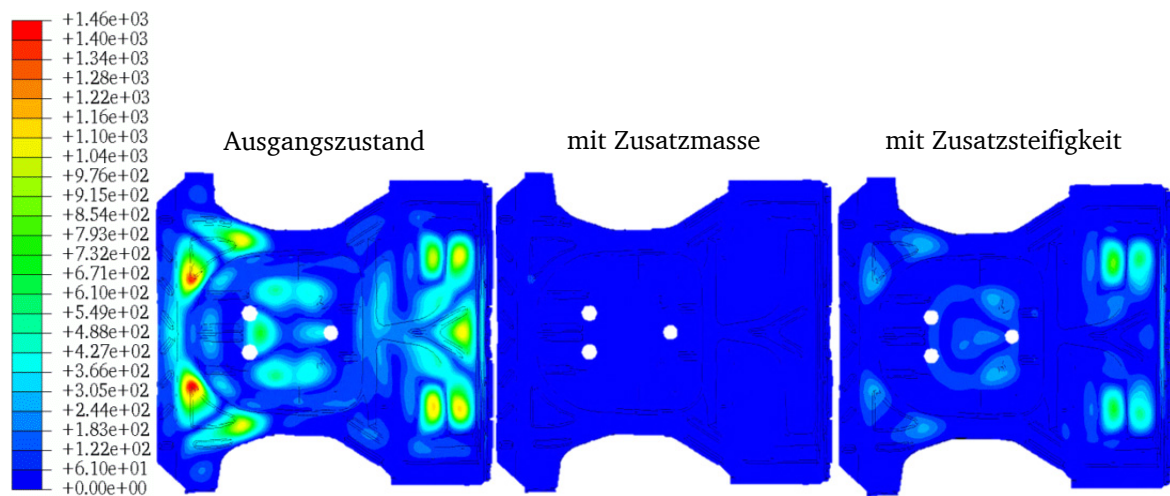


Abbildung 5-24: Schnelleverteilungen (in  $\text{mm s}^{-1}$ ) der 18. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens

Sowohl die Zusatzmassen als auch die Federn unterdrücken den Energiefluss der In-plane-Wellen durch die V-Sicke in Richtung der Rückbank (Abbildung 5-23). Die größere Wirkung wird bei der gewählten Konfiguration durch die Massen erzielt, welche den Energieeintrag in den Bereich der Rückbank nahezu vollständig unterbinden. Doch auch die Federn liefern einen deutlich reduzierten Energiefluss. Die geringere Transmission der Körperschallenergie

führt zudem zu einer Abnahme der Schwingamplituden (Abbildung 5-24). Hier ist wiederum die Wirkung der Massen deutlicher ausgeprägt. Sie führen zu einer Reduktion der Schnelle-amplituden um etwa zwei Größenordnungen.

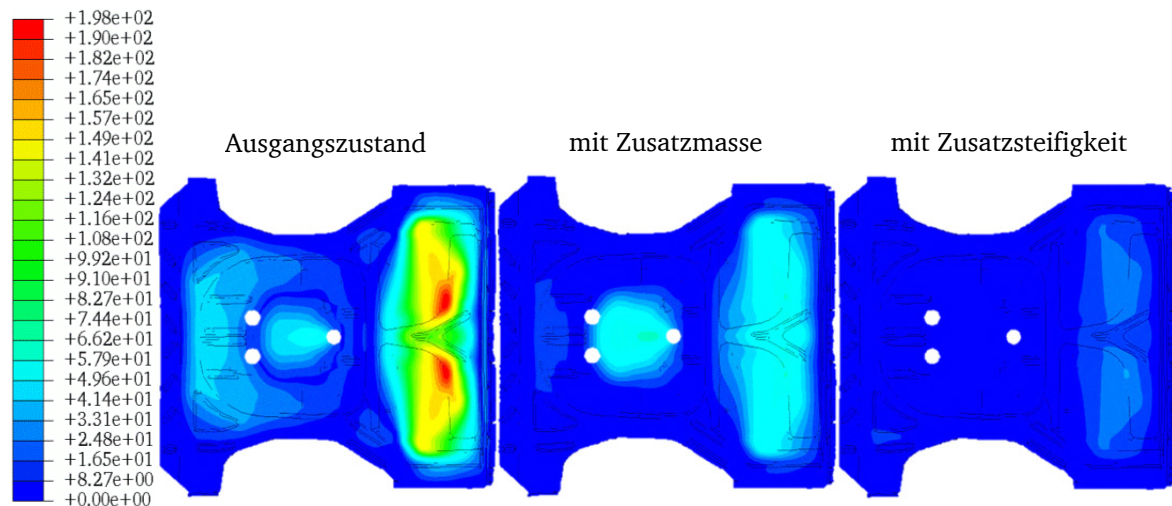


Abbildung 5-25: Schnelleverteilungen (in  $\text{mm s}^{-1}$ ) der 3. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens

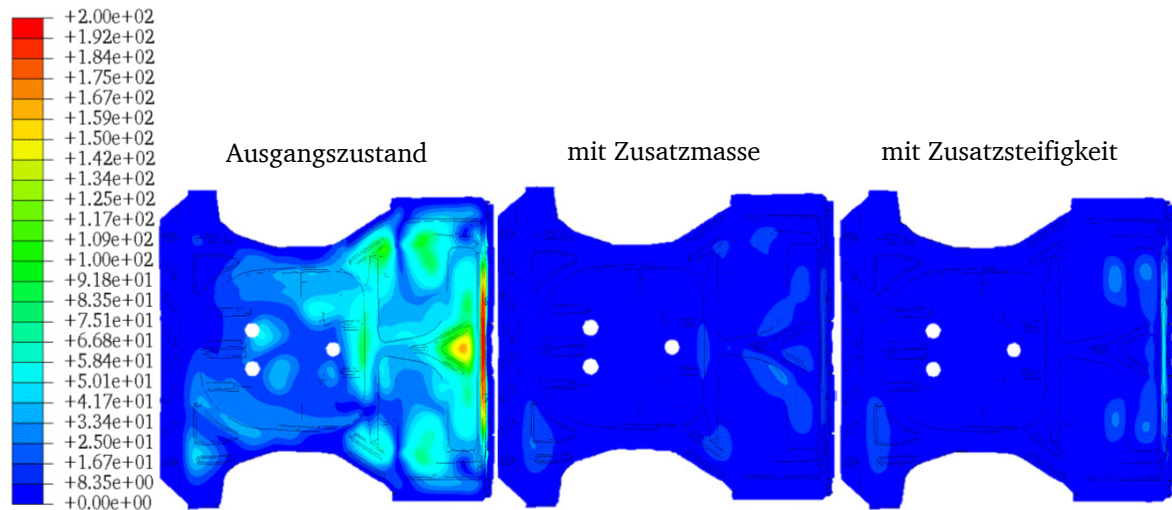


Abbildung 5-26: Schnelleverteilungen (in  $\text{mm s}^{-1}$ ) der 11. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens

Die V-Sicke ist im betrachteten Frequenzbereich für alle Resonanzschwingungen, bei welchen der Bereich der Rückbank an den Schwingungen beteiligt ist, der entscheidende Energieleiter in den Innenraum. Aus diesem Grund wirken sich die applizierten Maßnahmen bei diesen Eigenfrequenzen in ähnlicher Form aus. In Abbildung 5-25 und Abbildung 5-26 ist dies für die



3. und 11. Resonanzschwingung dargestellt. Auch hier reduzieren sich die Schnellen um ein bis zwei Größenordnungen.

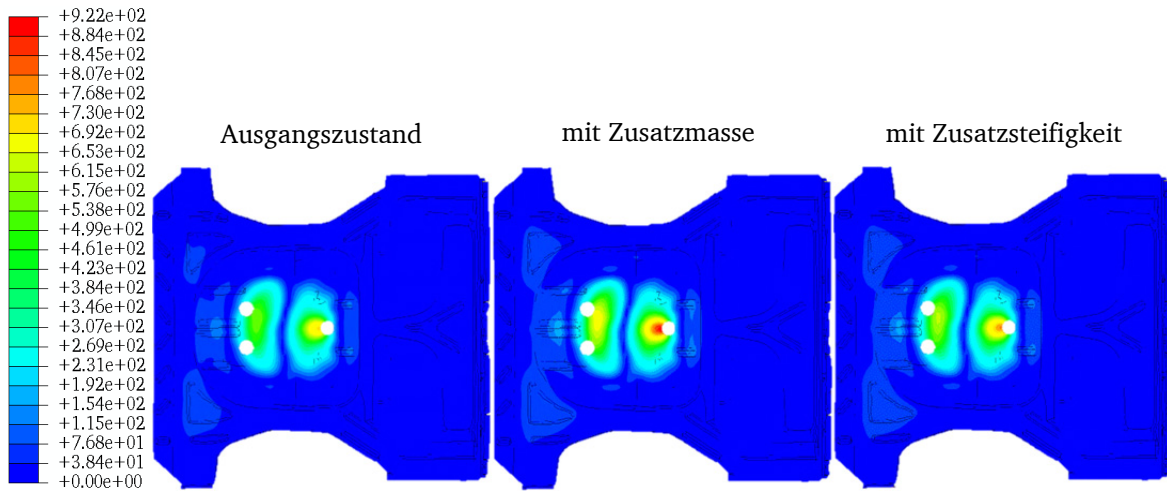


Abbildung 5-27: Schnelleverteilungen (in  $\text{mm s}^{-1}$ ) der 6. Eigenfrequenz des Gepäckraumbodens

Für andere Resonanzschwingungen, bei denen im Wesentlichen die Reserveradmulde und der Heckbereich Schwingungen ausführen, ist je nach Maßnahme zum Teil eine geringe Zunahme der Schnelleamplituden zu beobachten. Abbildung 5-27 zeigt dies exemplarisch für die sechste Resonanzschwingung. Da die Dämmung des Körperschallflusses in den Innenraum zur Reduktion des dort abgestrahlten Fluidschalls das Ziel der umgesetzten Maßnahmen ist, sind die erhöhten Schnellepegel im Gepäckraum allerdings von nachrangiger Bedeutung und vernachlässigbar.

Die Auswirkung der beiden Maßnahmen auf den gesamten Energiefluss ist Abbildung 5-28 zu entnehmen. Hier ist der Betrag der im Frequenzbereich bis 200 Hz (nach Gleichung (2.16)) integrierten Strukturintensität dargestellt. Während die V-Sicke im Ausgangszustand über den gesamten Frequenzbereich als Energieleiter zur Rückbank dient, wird dieser Energieeintrag durch beide Modifikationen unterdrückt. Die gesamte in die Struktur eingebrachte Energie ändert sich über den betrachteten Frequenzbereich jedoch nur geringfügig.



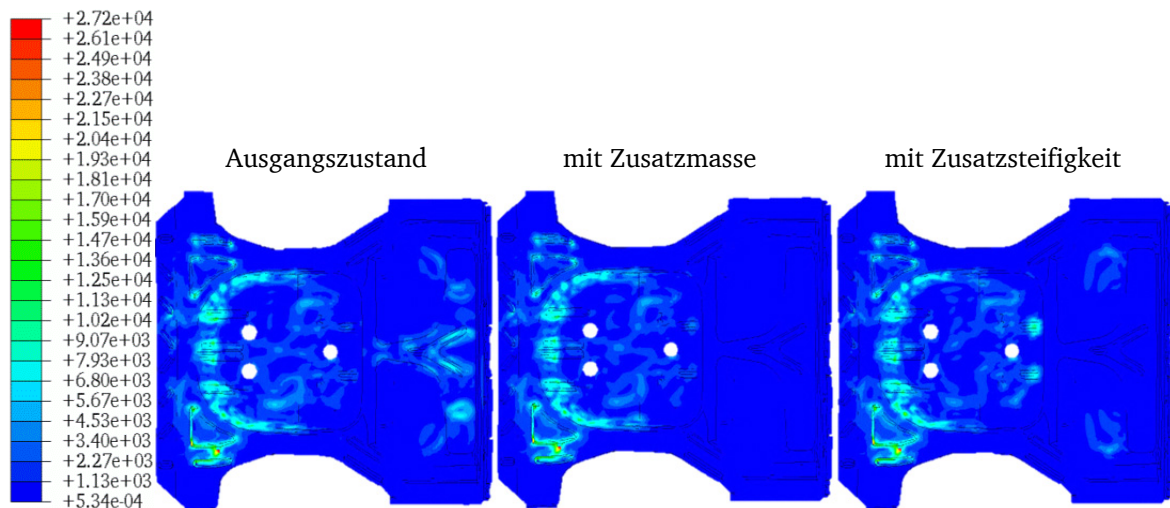


Abbildung 5-28: Beträge der integrierten aktiven STI (in  $\text{W m}^{-1}$ ) des Gepäckraumbodens bis 200 Hz

Dies lässt sich daran erkennen, dass die Intensität in direkter Umgebung der Quelle unverändert bleibt. Die applizierten Maßnahmen zur Körperschalldämmung wirken sich somit im betrachteten Frequenzband kaum auf die Eingangsleistung, sondern auf die Verteilung der Energie innerhalb der Struktur und innerhalb des Frequenzbandes aus.

## 5.2 Dissipation

Neben der Dämmung von Körperschall spielt Dämpfung eine wichtige Rolle zur Beeinflussung des Körper- und abgestrahlten Luftschalls. Zur Dissipation der Körperschallenergie werden allgemein verschiedene technische Lösungen eingesetzt, deren Wirkungen auf unterschiedlichen physikalischen Prinzipien beruhen. Während z. B. Stoßdämpfer im Fahrzeugbau ihre Wirkung bei axialen Bewegungen entfalten, zielen Dämpfungsbeläge auf die Dehnbewegungen der Flächen ab. Selbst wenn nur innere Dämpfung (Strukturdämpfung) vorliegt, ist die Dissipationsleistung nicht gleichmäßig über die Struktur verteilt. Dies zeigt MEUDT [36] am Beispiel einer KIRCHHOFF-Platte. Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, lässt sich auch aus der Divergenz der Intensität direkt auf die Dissipationsleistung schließen. Im Fall der eindimensionalen Wellenausbreitung reduziert sich der Intensitätsvektor auf nur eine Vektorkomponente in Ausbreitungsrichtung (siehe Abschnitt 2.3), so dass die Divergenz und mit ihr die Dissipationsleistungsdichte der Änderungsrate der STI entspricht. Somit genügt in diesem Fall eine Betrachtung der aktiven Intensität, um Aussagen zur Dissipation treffen zu können.

Beispielhaft wird erneut der ungedämpfte EULER-BERNOULLI-Balken aus Abschnitt 3.4.2 mit zwei harmonischen monofrequenten Erregerkräften betrachtet. Die erste Kraft wirkt in diesem Beispiel als einzige Quelle und die zweite Kraft als einzige Senke. Die diskrete Dämpfung spiegelt sich in den konstanten Verläufen der Intensität außerhalb der Kraftangriffspunkte wider (siehe Abbildung 5-29), da hier weder Energie in das System eingebracht noch dissipiert wird. Der normierte Verlauf ist in diesem Fall, wie in Abschnitt 3.4.2 beschrieben, unabhängig von der Frequenz und der Schwingform. Bei mehreren Erregerkräften ändert sich die Anzahl der Sprünge im Verlauf. Zudem kann dann ohne Rechnung nicht festgestellt werden, welche Kräfte als Quelle und welche als Senke wirken.

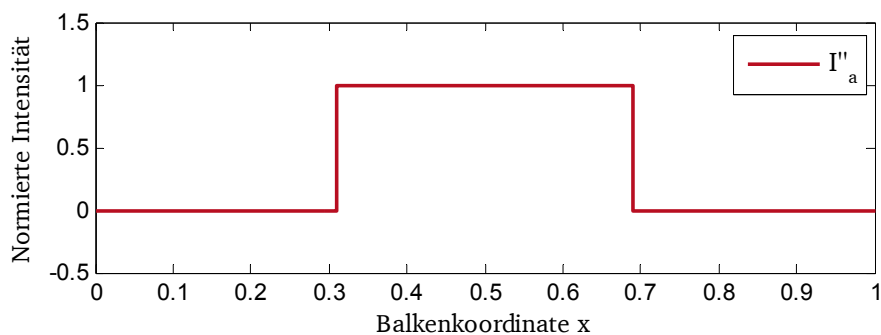


Abbildung 5-29: Balken mit punktförmiger Dissipation

Reduziert man das Beispiel auf eine Erregerkraft und führt wie in Abschnitt 3.2 die Dämpfung über den Verlustfaktor  $\eta$  ein, so liegt im Körperschallfeld eine Quelle (Erregerkraft) vor und der ganze Balken wirkt mit seiner inneren Dämpfung als Senke. Der grobe Verlauf der aktiven Intensität  $I_a$  ist auch in diesem Beispiel frequenzunabhängig. Die Energie fließt von der Quelle weg durch den Balken. Die aktive Intensität wird somit rechts der Quelle positiv und links der Quelle negativ sein. Die Summe der (normierten) Intensitätsbeträge unmittelbar rechts und links der Erregerkraft entspricht der (normierten) Eingangsleistung. Da keine weiteren Quellen vorliegen und die Dämpfung gleichmäßig verteilt ist, wird der Betrag der Intensität von der Quelle zu den Balkenenden monoton fallen und an den Enden den Wert null annehmen. Abhängig von der Frequenz oder der Schwingform ändert sich jedoch die Charakteristik der Änderungsrate der aktiven Intensität. In den Bereichen größerer Schwingamplituden wird bei dem verwendeten Dämpfungsmodell (Verlustfaktor) mehr Energie dissipiert als bei geringeren Amplituden, während der Verlauf der Intensität in den Knoten konstant ist und dort keine Dissipation auftritt. Dies ist in Abbildung 5-30 für den Fall der sechsten Resonanzschwingung des Balkens dargestellt.

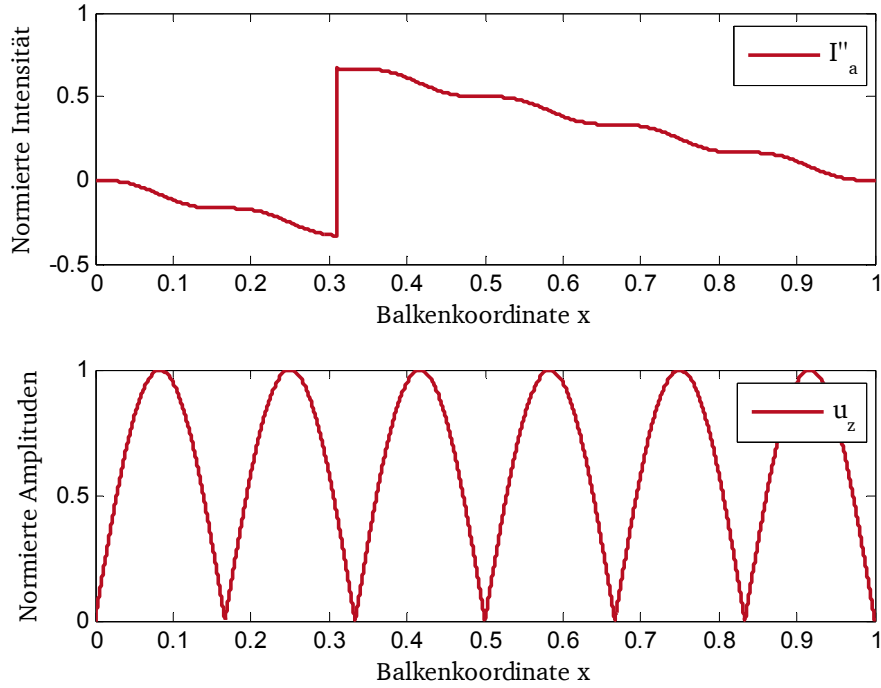


Abbildung 5-30: 6. Resonanzschwingung des Balkens mit verteilter Dissipation

Die vorliegenden Beispiele zeigen unterschiedlich räumlich verteilte Dissipationsleistungsdichten für eine diskrete und eine gleichmäßig verteilte Dämpfung. In der Realität können beliebige Kombinationen von diskreter Dämpfung (z. B. Fugendämpfung) und verteilter Dämpfung auftreten. Zudem werden Dämpfungssysteme mit unterschiedlichen Wirkprinzipien eingesetzt. Dies erschwert eine optimale Gestaltung der Dämpfungsverteilung. Ein klassisches Vorgehen zur Verteilung eines Dämpfungsbelages auf einem Karosserieblech könnte z. B. mittels Auswertung der modalen Dehnungen erfolgen, indem man den Steuerbarkeitsindex<sup>10</sup>  $\xi_{\text{total}}$  aus den modalen Dehnungen  $\varepsilon_x$  und  $\varepsilon_y$  bestimmt [91]:

$$\xi_{\text{total}}(x, y) = \prod_i \frac{\varepsilon_{x_i}(x, y) + \varepsilon_{y_i}(x, y)}{\varepsilon_{i, \max}}, \quad \varepsilon_{i, \max} = \max(\varepsilon_{x_i}, \varepsilon_{y_i}). \quad (5.7)$$

Dabei werden die modalen Dehnungen der Frequenzen verwendet, für welche der Dämpfungsbelag wirksam sein soll. Bereiche der Struktur mit einem hohen Steuerbarkeitsindex sind demnach besser zur Aufbringung des Belags geeignet als Bereiche mit einem niedrigen Index.

<sup>10</sup> Der Steuerbarkeitsindex wird im Allgemeinen zur Aktorplatzierung bei aktiven Systemen zur Schwingungsbeflussung verwendet. Mit seiner Hilfe lassen sich die Strukturbereiche identifizieren, welche zur Beeinflussung der gewünschten Schwingformen am besten geeignet sind.

Die Nachteile eines solchen Vorgehens sind zum einen darin begründet, dass nur ein Wirkprinzip gleichzeitig verarbeitet werden kann. Sollen Systeme mit unterschiedlichen Wirkprinzipien parallel verwendet werden, müssen diese unabhängig voneinander ausgelegt werden, wobei Wechselwirkungen nicht berücksichtigt werden können. Zum anderen kann im Einzelfall die modale Betrachtung zu suboptimalen Parameterallokationen führen. Dies folgt aus dem Unterschied zwischen Eigenformen und Betriebsschwingformen, da sich letztere aufgrund der Einflüsse von Ort, Amplitude und Phase der Erregerkräfte von den Eigenformen unterscheiden können. Die Auswirkungen der Erregung und verschiedener Dämpfungsmechanismen auf die Optimalitätskriterien können somit bei diesem Vorgehen nicht berücksichtigt werden. Alternativ lässt sich auf Basis der Strukturintensität eine Methode zur Optimierung der Dämpfungsverteilung in technischen Strukturen herleiten, welche diese Effekte berücksichtigen kann. Dies wird in den weiteren Abschnitten erläutert.

---

### 5.2.1 Gestaltung und Bewertung der Dämpfungsverteilung mit Hilfe der STI

---

Bei den Konvergenzstudien zur KIRCHHOFF-Platte in Abschnitt 3.4.1 wird ausgenutzt, dass sich Gleichung (2.4) im eingeschwungenen Zustand reduziert zu

$$\iint_A \mathbf{I}_a \mathbf{n} dA = \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV = P_{zu} - P_{diss}. \quad (5.8)$$

Für Schalenstrukturen folgt daraus wiederum mit der STI von Schalen  $\mathbf{I}'$

$$\oint_S \mathbf{I}'_a \mathbf{n} dS = \iiint_V (\pi_{zu} - \pi_{diss}) dV = P_{zu} - P_{diss}. \quad (5.9)$$

Dies hat zur Folge, dass für jedes Kontrollvolumen, welches nur Quellen oder nur Senken enthält, aus dem Oberflächenintegral des Produkts aus aktiver STI und Normalenvektor direkt auf die Eingangsleistung oder die Dissipationsleistung geschlossen werden kann (siehe Abbildung 5-31). Diesen Zusammenhang kann man nutzen, um eine gute oder sogar optimale Verteilung von Dämpfungselementen auf einer Struktur zu finden.

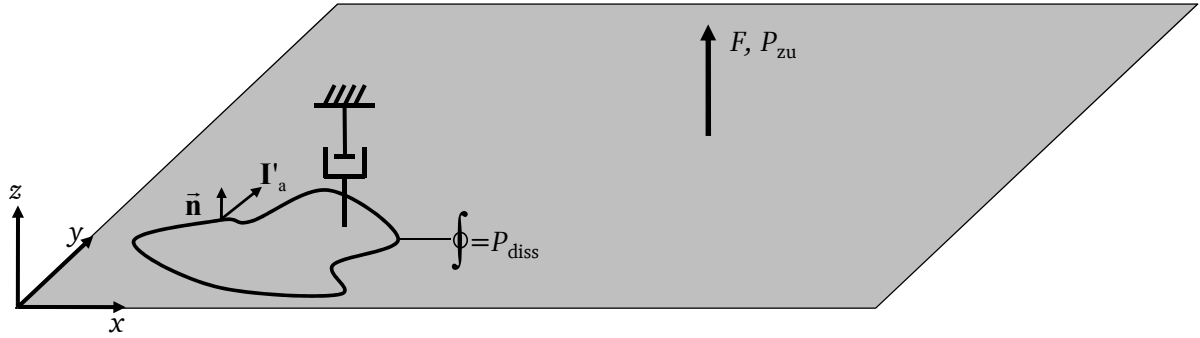


Abbildung 5-31: Platte mit Dämpferelement

Zweck einer Applikation von externen Dämpfern und Dämpfungsbelägen ist stets die Dissipation von möglichst viel Schwingungsenergie. Daraus lässt sich für die Optimierung der Dämpfungselemente mit ihren beschreibenden Designvariablen  $d_i$  in dem Kontrollvolumen eine Zielfunktion der Art

$$M := \max \left\{ P_{\text{diss}} = - \oint_S \mathbf{I}'_a(d_i) \mathbf{n} dS \mid d_i \in \{\dots\} \right\} \quad (5.10)$$

ableiten. Das Optimierungsproblem ist allerdings meist nicht für diskrete Frequenzen, sondern für einen Frequenzbereich zu lösen. Für die Zielfunktion folgt daher:

$$M := \max \left\{ \int_f P_{\text{diss}}(d_i, f) \mid d_i \in \{\dots\} \right\}. \quad (5.11)$$

Somit lässt sich die Dissipationsleistung eines beliebigen Kontrollvolumens mit Dämpferelementen maximieren. Eine solche Formulierung der Zielfunktion kann jedoch theoretisch zu unerwünschten Ergebnissen führen, da eine maximale Dissipationsleistung auch aus einer erhöhten Eingangsleistung folgen kann. Aus diesem Grund ist es zielführend, die Dissipationsleistung in der Zielfunktion auf die Eingangsleistung zu beziehen, wodurch man für jede Frequenz einen Wert zwischen null und eins erhält:

$$M := \max_f \left\{ \int \frac{P_{\text{diss}}(d_i, f)}{P_{\text{zu}}(d_i, f)} |d_i \in \{\dots\} \right\}. \quad (5.12)$$

Damit kann zwar auch nicht gänzlich verhindert werden, dass die Eingangsleistung zunimmt, jedoch ist ein im Vergleich zur Dissipationsleistung überproportionaler Anstieg ausgeschlossen. Die Zielfunktion (5.12) birgt jedoch ein weiteres Problem. Es wird für jede Frequenz der Quotient aus Dissipations- und Eingangsleistung bestimmt und dann gleichgewichtet integriert. Frequenzen nahe den Eigenfrequenzen des Systems werden ebenso gewichtet wie Frequenzanteile zwischen ihnen. Dies führt wiederum dazu, dass ein schlechter Wert bei einer Eigenfrequenz durch einen sehr guten Wert außerhalb der Eigenfrequenz kompensiert werden kann, obwohl die Leistungen quantitativ in den Eigenfrequenzen deutlich größer sind als dazwischen. Um dies zu unterbinden, werden Dissipations- und Eingangsleistung getrennt voneinander integriert und dann der Quotient gebildet, so dass die gesamte Zielfunktion einen Wert zwischen null und eins annimmt:

$$M := \max_f \left\{ \frac{\int P_{\text{diss}}(d_i, f)}{\int P_{\text{zu}}(d_i, f)} |d_i \in \{\dots\} \right\}. \quad (5.13)$$

Der große Vorteil dieser Optimierung ist die Unabhängigkeit der Zielfunktion von der Art der Dämpfungselemente. Da direkt die Dissipationsleistung bestimmt wird, spielt es keine Rolle, welche Dämpfungselemente in beliebiger Kombination in einem Kontrollvolumen appliziert werden. Es ist zudem möglich, mehrere Kontrollvolumina in der Zielfunktion zu berücksichtigen. Eine Einschränkung der Anwendbarkeit besteht nur in der räumlichen Ausdehnung der Kontrollvolumina. Dabei stellt weniger die absolute als vielmehr die relative Größe im Vergleich zur Gesamtstruktur sowie die Verteilung der Dämpfung eine Schranke für die Anwendbarkeit dar. Wenn die verwendeten Volumina alle Dämpfungselemente einschließen, so liefert die Zielfunktion stets den Wert eins, da immer die vollständige Eingangsleistung in der Gesamtheit der dissipativen Elemente umgesetzt werden muss. Liegt jedoch auch Dämpfung außerhalb der Kontrollvolumina vor, lässt sich die beschriebene Methode anwenden. Besonders geeignet ist sie, wenn es darum geht, zusätzliche Dämpfungselemente in begrenzten Bereichen zu applizieren, wie es z. B. im Fahrzeugbau bei der Auslegung von zusätzlichen Dämpfungsbelägen auf der Karosserie der Fall ist.

---

## 5.2.2 Optimierung der Dämpfungsverteilung am Beispiel eines Stahlkastens

---

Die zuvor hergeleitete Zielfunktion (5.13) für die Optimierung der Verteilung von Dämpfungselementen lässt sich im Rahmen einer numerischen Strukturoptimierung verwenden. Bei der numerischen Strukturoptimierung werden anhand numerischer Simulationen Werte von Zielfunktionen berechnet (z. B. die abgestrahlte Fluidschalleistung), welche optimiert (maximiert oder minimiert) werden sollen. Hierfür werden zuvor festgelegte Einflussparameter (Designvariablen) variiert. Die Variation dieser Designvariablen wird durch den verwendeten Optimierungsalgorithmus gesteuert. Ausgehend von einer suboptimalen Allokation der Designvariablen werden diese nach der entsprechenden Optimierungsstrategie so lange (abhängig vom vorherigen Wert der Zielfunktion) angepasst, bis ein definiertes Abbruchkriterium erfüllt ist. Einen ausführlichen Überblick über mögliche Optimierungsalgorithmen gibt Bös [92, 93].

Exemplarisch wird hier erneut der Stahlkasten aus Abschnitt 4.4 betrachtet. Neben der Strukturdämpfung  $\eta_1$  wird zur weiteren Dämpfung auf der Frontseite ein in 9 gleiche Teile segmentierter Dämpfungsbelag aufgebracht, dessen Dicken  $h_i$  die möglichen Designvariablen für die Optimierungsaufgabe sind (siehe Abbildung 5-32).

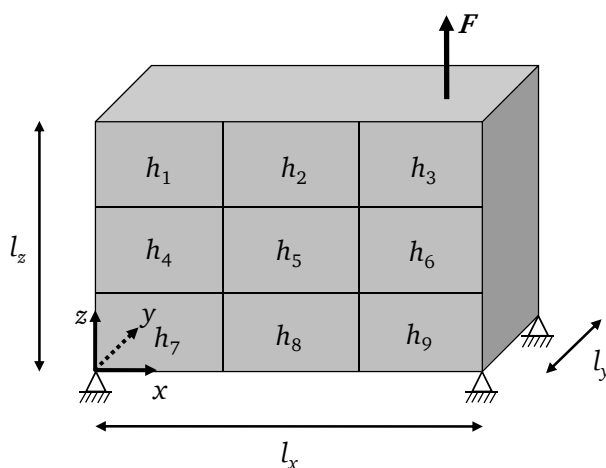


Abbildung 5-32: Stahlkasten mit Dämpfungsbelag

Für den Kasten mit der Blechdicke  $h$  werden an dieser Stelle die folgenden Geometrie- und Materialparameter gewählt:

$$l_x = 350 \text{ mm}, \quad l_y = 175 \text{ mm}, \quad l_z = 233,33 \text{ mm}, \quad h = 2 \text{ mm},$$

$$E_1 = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \mu_1 = 0,3, \quad \rho_1 = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \eta_1 = 0,01.$$

Der Verlustfaktor des Stahlkastens wird dabei mit einem Wert von 0.01 relativ hoch angesetzt, um die Dämpfung an Fügestellen (Niet- und Schraubverbindungen) einer realen Maschine abzubilden. Die harmonische Punktlast wirkt erneut an den Koordinaten  $x_1 = 261 \text{ mm}$ ,  $y_1 = 29 \text{ mm}$ ,  $z_1 = 233,33 \text{ mm}$ . Die Materialwerte des Dämpfungsbelags sind:

$$E_2 = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}, \quad \mu_2 = 0,1, \quad \rho_2 = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \eta_2 = 0,1.$$

Die für die Berechnung der Zielfunktion

$$M := \max \left\{ \frac{\int_f P_{\text{diss}}(d_i, f)}{\int_f P_{\text{zu}}(d_i, f)} \mid h_i \in \{\dots\} \right\} \quad (5.14)$$

benötigten Leistungen  $P_{\text{diss}}$  und  $P_{\text{zu}}$

$$P_{\text{diss}} = - \oint_S \mathbf{I}'_a \cdot \mathbf{n} \, dS, \quad P_{\text{zu}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \underline{\mathbf{F}}(x_1, y_1, z_1) \cdot \underline{\mathbf{v}}^*(x_1, y_1, z_1) \right), \quad (5.15)$$

werden analog zu dem Vorgehen in Abschnitt 3.4.1 bestimmt. Für die numerische Annäherung des Ringintegrals werden die Elemente verwendet, welche an die Frontfläche mit dem applizierten Dämpfungsbelag angrenzen. Somit muss jeweils nur die  $y$ -Komponente der aktiven STI  $\mathbf{I}'_a$  berechnet werden, da dann der Normaleneinheitsvektor  $\mathbf{n}$  für jedes Teilsegment der Integrationsstrecke  $S$  ebenfalls nur eine  $y$ -Komponente aufweist.

Der betrachtete Frequenzbereich ist durch das Intervall [300 Hz, 400 Hz] mit einer Schrittweite von 0,5 Hz gegeben, welches die erste Eigenfrequenz bei 346 Hz beinhaltet. Zur Berechnung der Zielfunktion und der dafür benötigten Strukturintensitätskomponenten wird ein entsprechendes FE-Modell in *Abaqus* aufgebaut und im Frequenzbereich gelöst.



Der Optimierungsprozess mit dem Optimierungsalgorithmus und der Bereitstellung der jeweiligen Designvariablen (Belagdicken  $h_i$ ) wird von der kommerziellen Optimierungssoftware *OptiY* gesteuert. Als Optimierungsalgorithmen werden beispielhaft ein genetischer Algorithmus und das Antwortflächenverfahren verwendet. Zur Vereinfachung werden an dieser Stelle als Designvariablen nur die asymmetrisch angeordneten Belagdicken  $h_1$  und  $h_6$  variiert. Alle weiteren Beläge werden bei einer Dicke von 20 mm fixiert. Als Randbedingung der Optimierungsaufgabe soll die Summe der beiden Designvariablen 40 mm nicht übersteigen.

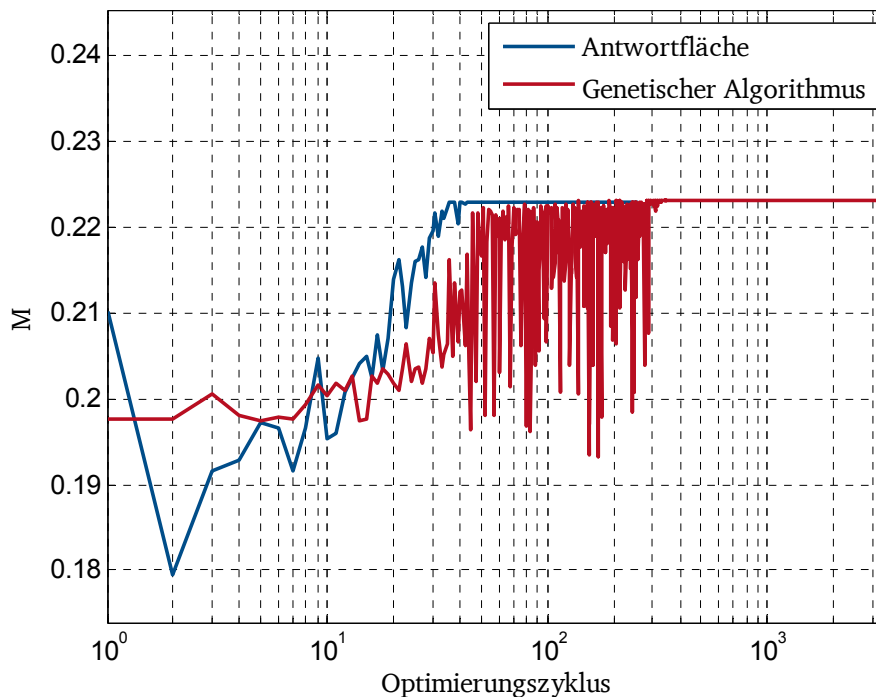


Abbildung 5-33: Konvergenzvergleich der Optimierungsalgorithmen

Der Verlauf der Zielgrößenmaximierung ist für beide Verfahren in Abbildung 5-33 dargestellt. Das Antwortflächenverfahren konvergiert in diesem Fall deutlich schneller, so dass die optimale Lösung bereits nach etwa 40 Optimierungszyklen gefunden wird. Der genetische Algorithmus konvergiert in diesem Beispiel nach etwa 300 Zyklen<sup>11</sup> gegen die gleiche Lösung. Das gefundene Maximum der Zielfunktion  $M$  liegt bei

<sup>11</sup> Ein Zyklus entspricht dabei je einem Zielfunktionsaufruf.

$$M := \max \left\{ \frac{\int_f P_{\text{diss}}(h_i, f)}{\int_f P_{\text{zu}}(h_i, f)} \right\} = M(h_6 = 3,045 \text{ mm}, h_1 = 0,655 \text{ mm}) = 0,223. \quad (5.16)$$

Dies ist zunächst verwunderlich, da die optimalen Belagdicken weit unter der Restriktion liegen, welche retrospektiv in diesem Fall obsolet ist. Den gesamten Lösungsraum zeigt Abbildung 5-34. Es fällt auf, dass der Gradient in Richtung der Designvariablen  $h_6$  steiler ist als bei der Variablen  $h_1$ . Somit wirkt sich ein dickerer Dämpfungsbelag  $h_6$  besonders negativ auf den Anteil der Dissipationsleistung im Kontrollvolumen aus.

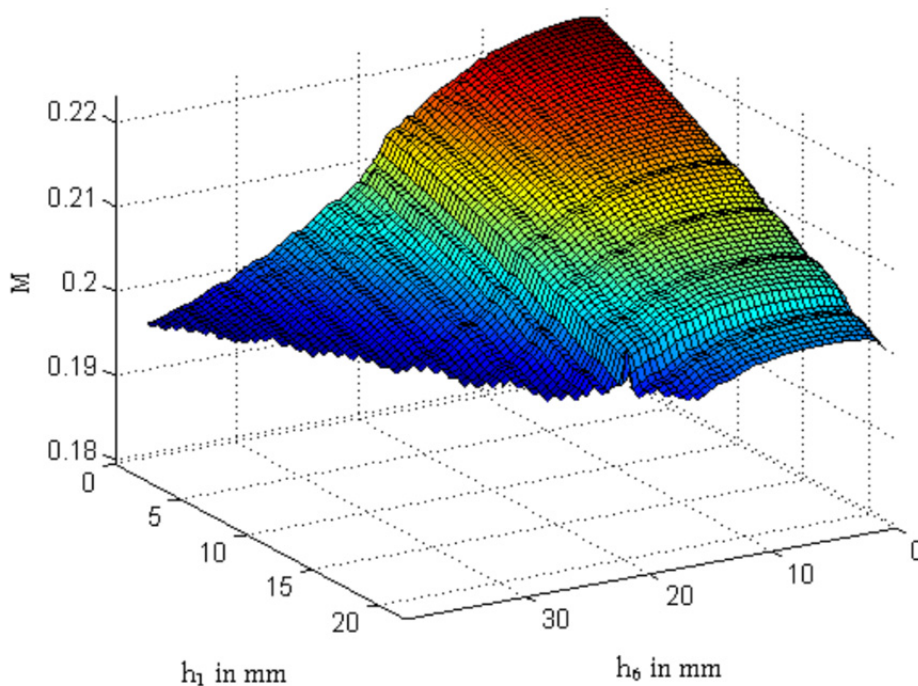


Abbildung 5-34: Lösungsraum des Optimierungsproblems

Zur weiteren Analyse wird die gefundene Optimallösung einer maximalen Gleichverteilung des Dämpfungsbelags gegenübergestellt. Die Werte der Designvariablen, der Zielfunktion sowie die maximalen Schnelleamplituden  $v_{\text{max}}$  in der ersten Resonanzschwingung sind in Tabelle 5-3 aufgeführt. Während im Optimum mit einem dünnen Dämpfungsbelag anteilig mehr Energie im Kontrollvolumen dissipiert wird, sind die auftretenden Schnelleamplituden sowie die Eingangsleistung bei der Variante mit dem dickeren Belag kleiner. Ein dickerer Belag ist somit als dissipatives Element weniger effizient, führt aber dennoch zu geringeren Schwingamplituden als der effiziente dünnere Belag. Dies ist auf die lokalen und globalen

Auswirkungen des Belags auf die Massen- und Steifigkeitsimpedanz zurückzuführen. Der dickere Belag erhöht die Eingangsimpedanz am Anregungsort, was an der reduzierten Eingangsleistung direkt abzulesen ist. Zudem reduziert er den Transmissionsgrad an den Grenzen des Kontrollvolumens. Der Belag hat aufgrund seiner Masse und seiner Steifigkeit analog zu den Beispielen in Abschnitt 5.1 eine Sperrwirkung auf den Energiefluss in das Kontrollvolumen, wodurch sich hier die Dissipationsleistung bezogen auf die Eingangsleistung verringert.

Tabelle 5-3: Vergleich der optimalen Dämpfungsverteilung und der maximalen Gleichverteilung

$\eta_1$	$h_1$ in mm	$h_6$ in mm	$P_{\text{diss}}$ in W	$P_{\text{zu}}$ in W	M	$v_{\text{max}}$ in $\text{m s}^{-1}$
$10^{-2}$	0,655	3,045	0,0022	0,0101	0,2187	$1,333 \cdot 10^{-2}$
$10^{-2}$	20	20	0,0020	0,0097	0,2102	$1,246 \cdot 10^{-2}$
$10^{-4}$	0,655	3,045	0,0096	0,0100	0,9588	$4,992 \cdot 10^{-2}$
$10^{-4}$	20	20	0,0090	0,0097	0,9571	$3,108 \cdot 10^{-2}$

Ein qualitativ gleichwertiges Ergebnis stellt sich ein, wenn der Verlustfaktor des Stahlkastens von 0,01 auf 0,0001 reduziert wird. Obwohl dann nahezu die gesamte eingebrachte Energie im Kontrollvolumen dissipiert wird, bleibt der Einfluss der Massen und Steifigkeiten auf die Schwingungsamplituden im Vergleich zum Dämpfungseinfluss dominant. Simulationen auf einem geringeren Niveau der fixierten Belagdicken bei 10 mm, 5 mm und 2 mm bestätigen ebenfalls die Schlussfolgerungen.

### 5.3 Diskussion der Ergebnisse

Das in Abschnitt 5.1.2 vorgestellte Vorgehen zur Auslegung von Impedanzsprüngen mit dem Ziel der Körperschalldämmung wird durch die gezeigten Beispiele der Ölwanne und des Gepäckraumbodens validiert. Durch die Analyse der Strukturintensität gelingt es, dominante Körperschallpfade zu identifizieren. Eine Applikation von lokalen Impedanzsprüngen auf diesen Pfaden durch Variation der Massen und Steifigkeiten führt zu einer Reflexion und einer verminderten Transmission der Körperschallenergie entlang der Körperschallpfade. Dies führt zu (partiell) reduzierten Schwingungsamplituden.

Bei beiden Beispielstrukturen zeigt sich, dass die Beträge der Strukturintensität entlang steiferer Elemente besonders groß sind. Dies deckt sich mit Xus [59] Untersuchungen einer verrippten Platte. Mathematisch lässt sich dies auf größere Spannungen bei gleichen Verformungen im Vergleich zu benachbarten Regionen zurückführen. Aufgrund ihrer

---

bündelnden Eigenschaft bezüglich des Energieflusses sind Bereiche mit versteifenden Elementen potenziell für weitere Maßnahmen zur Dämmung von Körperschall geeignet. Darüber hinaus zeigt sich, dass eine getrennte Behandlung der Wellenarten nach Gleichung (5.5) nicht nur sinnvoll ist, sondern auch zu völlig neuen konstruktiven Ansätzen führen kann. Die behandelten Beispiele belegen, dass eine gezielte Beeinflussung der In-plane-Schwingungen an einem Ort zu reduzierten Out-of-plane-Schwingungen an einem anderen Ort führen kann. Dies wird besonders beim Gepäckraumboden deutlich, wo die gezielten Applikationen der Massen und Federelemente in der Schalenebene reduzierte Schnelleamplituden im Innenraum nach sich ziehen. Während sich die Massen auch auf die Biegewellen auswirken, gelingt durch die Federelemente tatsächlich eine reine Beeinflussung der In-plane-Anteile der STI. Die durchgeführte Modifikation führt dabei nicht nur zu geringeren Schwingungsamplituden, sondern hat durch die alleinige Wirkung auf die (relativ kleinen) In-plane-Schwingungen kaum Einfluss auf die Lage der Resonanzfrequenzen. Die Umsetzung des gefundenen Ansatzes bedarf allerdings noch einer Konkretisierung durch den Konstrukteur.

Während die Auslegung einer einzelnen Maßnahme beim Gepäckraumboden Auswirkungen auf fast alle Resonanzschwingungen im betrachteten Frequenzbereich hat, gelingt die Applikation bei der Ölwanne deutlich schwieriger. Dies ist in erster Linie auf die Bauform der beiden Strukturen zurückzuführen. Makroskopisch ähnelt der Gepäckraumboden einer Platte. Zudem erweist sich im gesamten relevanten Frequenzbereich die V-Sicke als Hauptpfad der Energie in den Innenraum. Die Ölwanne ist jedoch eher mit dem Stahlkasten vergleichbar und weist multiple Energieflusspfade über alle Teilflächen auf. Da die gezeigten Maßnahmen jedoch nur einen Pfad berücksichtigen, ist ihre Auswirkung auf wenige Frequenzen und Teilflächen beschränkt.

Prinzipiell zeigen die umgesetzten Maßnahmen bei allen Beispielen ein mehr oder minder stark ausgeprägtes klassisches Dämmungsverhalten mit reduzierten Amplituden hinter der Dämmstelle (auf den Pfad des Energieflusses bezogen) und erhöhten Amplituden vor ihr. Ob das Ergebnis einer Körperschalldämmung zielführend ist, muss somit im Einzelfall beantwortet werden. Die lokale Zunahme der Schwingpegel kann dabei durchaus problematisch sein. Gelingt es jedoch, diese Zunahme auf Bereiche einer Struktur zu beschränken, welche aus akustischer Sicht im Sinne der Luftschallabstrahlung irrelevant sind,

---

so können mit der vorgestellten Methode alternative Konstruktionen gefunden werden, welche abhängig von der jeweiligen Zielfunktion bessere Ergebnisse liefern.

Die Ausführungen in Abschnitt 5.2 zeigen, dass auch bei reiner Materialdämpfung die Dissipationsleistungsdichte einer gedämpften schwingenden Struktur nicht gleichmäßig verteilt ist. Abhängig von der Schwingform existieren Teilbereiche, die zum Aufbringen von dissipativen Elementen besser geeignet sind als andere. Zur Gestaltung der Dämpfungsverteilung lassen sich unterschiedliche Optimierungsprobleme formulieren. Aus den in Abschnitt 5.2.2 erarbeiteten Ergebnissen folgt, dass eine Maximierung der Verlustleistung in den zusätzlichen Dämpfungsbelägen nicht per se reduzierte Schwingungsamplituden nach sich zieht. Die vorgestellten Ergebnisse sind vielmehr ein Beleg dafür, dass maximierte Dissipationsleistungen und minimierte Schwingungsamplituden gegenläufige Zielfunktionen sein können. Im gezeigten Beispiel des Stahlkastens mit applizierten Dämpfungsbelägen führt nicht die Dämpfung der Schwingungsenergie in den Belägen zu einer verminderten Schwingungsamplitude, sondern die durch die Beläge verursachte Änderung der Eingangs-impedanz sowie der lokalen Massenbelegung und Steifigkeit. Die Wirkung der Reflexion von Schwingungsenergie an der Quelle dominiert den Effekt der Dissipation innerhalb der Struktur. Dies macht deutlich, dass es bei realen Anwendungen und Applikationen von zusätzlichen dissipativen Elementen nicht sinnvoll ist, ausschließlich die Dämpfung selbst zu betrachten. Die Auswirkungen der (wenn auch geringen) zusätzlichen Massen und Steifigkeiten können maßgeblich den Trend zu erhöhten oder reduzierten Schwingungsamplituden bestimmen.

---

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

---

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Möglichkeiten der Strukturintensitätsanalyse zur Erweiterung konventioneller maschinenakustischer Untersuchungen. Während die maschinenakustische Grundgleichung die Physik der Schallentstehung modellhaft beschreibt und sowohl die wissenschaftliche als auch ingenieurmäßige Arbeit prägt, lässt sie keine Aussagen bezüglich des Körperschalltransferverhaltens zu. Daher erfolgt die Gestaltung primärer Maßnahmen zur Lärminderung bisher ausschließlich auf Basis empirischer Beobachtungen. Eine gezielte Auslegung dieser Maßnahmen erfordert Kenntnisse bezüglich der Körperschalltransferpfade (Beträge und Richtung) von der Quelle bis zur Senke (z. B. Abstrahlung an der Oberfläche). Die STI, welche den Energiefluss des Körperschalls von der Quelle zur Senke beschreibt, liefert die hierfür nötigen Informationen.

Neben einem erstmals ausführlichen Literaturüberblick zur STI sowie einer Übersicht der wichtigsten Definitionen und Umformungen sowohl für die STI im Allgemeinen als auch für die Sonderfälle der Schalen und Balken werden in dieser Arbeit analytische und numerische Vorstudien zur Berechnung der STI durchgeführt. Hierbei bestätigt sich, dass die Lösung der STI bei modaler Superposition eine geringe Konvergenz aufweist. So müssen je nach Genauigkeitsanforderungen und abhängig vom Ort auf der Struktur mehrere tausend Eigenschwingungen superponiert werden. Dies ist maßgeblich auf den Querkraftanteil mit seinen dritten Ortsableitungen zurückzuführen. Transiente Betrachtungen ergeben weiter, dass nach etwa 100 bis 200 Schwingungen bei den verwendeten Beispielen qualitativ von einem eingeschwungenen Zustand der Energieflüsse ausgegangen werden kann. Weiter beträgt bei Schalenstrukturen der Anteil der vernachlässigten Normalenkomponente der STI bei den betrachteten Schalendicken von 4 mm bis 16 mm etwa 1% der Gesamtintensität und kann somit in den meisten Fällen tatsächlich vernachlässigt werden. Beim Vergleich der gekoppelten Transversal- und Longitudinalschwingungen stellt sich zudem heraus, dass der Anteil der In-plane-Schwingungen an der STI mit der Zahl der Krümmungen und Kanten zunimmt. Bei realen Bauteilen aus dem Karosseriebau, welche häufig eine Vielzahl von Krümmungen, Absätzen und Sicken aufweisen, dominiert dieser Anteil den Energiefluss und beträgt dabei bis zu 95%. Somit zeigt sich, dass bei vielen realen Strukturen die Energie hauptsächlich von In-plane-Schwingungen transportiert wird, bevor diese am Ort der Abstrahlung in Biegeschwingungen umgewandelt und als Luftschall abgestrahlt werden. Somit erweisen sich die meist vernach-

---

lässigten In-plane-Schwingungen als effizienter Ansatzpunkt für konstruktive Lärmminierungsmaßnahmen.

Die Beeinflussung des Körperschalls ist durch Dämmung und Dämpfung möglich. Eine Dämmwirkung lässt sich durch lokale Sprünge der Massen- und Steifigkeitsimpedanzen erreichen. Die hier vorgestellten Beispiele der Ölwanne und des Pkw-Gepäckraumbodens zur numerischen Körperschallanalyse mit Hilfe der STI zeigen, dass sich aus der STI ableiten lässt, wo und wie Maßnahmen zur Körperschalldämmung sinnvoll zu applizieren sind. Dabei erweist sich wiederum eine Beeinflussung der Longitudinalschwingungen als zielführend. Durch die gezielte Dämmung der In-plane-Schwingungen mit Massen und Federelementen gelingt beim Gepäckraumboden eine Verminderung der transmittierten Körperschallenergie in die Fahrgastzelle, was zu einer Reduktion der hier auftretenden Schnelleamplituden um bis zu zwei Größenordnungen führt. Vergleichbare Ergebnisse können auch bei der Ölwanne erzielt werden. Analyse und Optimierung der Verteilung von Dämpfungsbelägen auf einem dünnwandigen Stahlkasten ergeben, dass eine maximierte Dissipationsleistungsdichte in den applizierten Belägen und minimierte Schwingamplituden der gesamten Struktur gegenläufige Ziel-funktionen sein können. Aus den erhaltenen Ergebnissen lässt sich weiter schließen, dass die Impedanzeffekte der zusätzlichen Massen und Steifigkeiten (Dämmwirkung) beim verwendeten Modell maßgeblich für die reduzierten Schwingamplituden verantwortlich sind und die Dämpfung selbst eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Analyse der STI erweist sich somit als zielführendes Werkzeug zur Körperschallanalyse und zur Ableitung von akustischen Konstruktionsverbesserungen. Sie liefert eine detaillierte Beschreibung des bisher weitgehend unbekannten Körperschalltransferverhaltens im Sinne der maschinenakustischen Grundgleichung und identifiziert neben kritischen Regionen der Struktur auch die Wellenanteile mit dem größten Potenzial zur Körperschalldämmung. Erweitert man die Systemgrenzen und bezieht das umgebende Fluid und somit die SI sowie den Übergang der STI zur SI und umgekehrt in die Berechnungen mit ein, so kann eine allgemeine Energieflussbetrachtung die maschinenakustische Grundgleichung nicht nur sinnvoll ergänzen, sondern ganz ersetzen. Auf diese Weise lassen sich alle relevanten Vorgänge der Schallentstehung mit Fluid- und Körperschallintensitäten beschreiben. Numerische Berechnungen der STI lassen sich zudem im Entwicklungsprozess ohne größeren Mehraufwand in bestehende numerische Simulationen integrieren und stellen somit eine sinnvolle Ergänzung zu konventionellen Konstruktions- und Analyseverfahren dar.

---

Aus den beschriebenen Beobachtungen lassen sich unterschiedliche Anknüpfungspunkte für nachfolgende Arbeiten ableiten. Bezogen auf die numerische Energieflussanalyse zur Evaluierung und Ableitung von Alternativkonstruktionen bleibt die Frage nach einer physikalisch korrekten Modellierung bisher unbeantwortet. Beim Übergang von einzelnen Bauteilen zu Gesamtsystemen müssen Fügstellen modelliert werden. Dabei haben sowohl die kinematischen Anbindungen als auch die sich ergebende Fugendämpfung einen potenziellen Einfluss auf die STI. Da diese den Energiefluss von der Quelle zur Senke widerspiegelt, müssen nicht nur Erregerkräfte, sondern auch Dämpfungsmechanismen realitätsnah modelliert werden. Daher ist zu prüfen, inwiefern bestehende Modellierungsstrategien hinreichend genau sind oder ob eine Analyse der STI alternative Modellierungen von Dämpfungsmechanismen und Fügstellen (z. B. Schraub- und Klebeverbindungen) erforderlich macht.

Zum Abgleich der Simulationen mit dem Experiment fehlt jedoch weiterhin ein für beliebig komplexe Strukturen gültiges Messverfahren, so dass sich auch bei der experimentellen Analyse der STI Ansätze für weitere Arbeiten ergeben. Hierbei sind Konzepte aus dem Bereich der Adaptronik denkbar. Eine Integration der Sensoren in Werkstoffe / Bauteile könnte die Messwerte aus dem Strukturinneren zugänglich machen, welche zur Bestimmung der STI benötigt werden. Besonders interessant wäre dies bei Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen, deren Bedeutung nicht zuletzt durch Leichtbaukonzepte zur Steigerung der Energieeffizienz ständig zunimmt. Darüber hinaus sind die Auswirkungen einer Verwendung von Faserverbundwerkstoffen auf den Energiefluss weitgehend unerforscht, so dass sich auch hier Anknüpfungspunkte für weitere rechnergestützte Analysen ergeben. Insbesondere der Einfluss der Anisotropie unterschiedlicher Kombinationen der Faserausrichtung auf die STI und die daraus abzuleitenden Maßnahmen sind noch ungeklärt.

Des Weiteren liegen bisher keine ausführlichen Arbeiten zu STI-Analysen im Zeitbereich vor. Es ist denkbar, dass eine Anwendung der in dieser Arbeit durchgeführten Methodik im Zeitbereich zu anderen Lösungen führt. So könnte eine Beeinflussung der STI während des Einschwingvorgangs zu effizienteren Maßnahmen zur Körperschalldämmung führen.

Schließlich erfordern die hier vorgestellte Evaluierung und Optimierung der Dämpfungsverteilung ergänzende Studien mit alternativen Dämpfungselementen. Die verwendeten Ansätze zur Optimierung können zudem als Grundlage für eine rechnergestützte Optimierung der lokalen Impedanzverteilungen genutzt werden, um langfristig das gezeigte Vorgehen vollstän-



---

dig automatisieren zu können. So ist es denkbar, die verwendete Zielfunktion so umzuformulieren, dass der Energieeintrag in einzelne Subsysteme der Gesamtstruktur minimiert wird. Als Designvariablen könnten dann die Werte vollständig parametrisierter Rippen, Sicken, Sperrmassen etc. verwendet werden.

---

---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] **Noiseux, D.U.**, *Measurement of power flow in uniform beams and plates*, Journal of the Acoustical Society of America, 1970. **47**(1p2): S. 238-247.
- [2] **Pavic, G.**, *Measurement of structure borne wave intensity, .1. Formulation of methods*, Journal of Sound and Vibration, 1976. **49**(2): S. 221-230.
- [3] **Cremer, L. und Heckl, M.**, *Structure-borne sound: structural vibrations and sound radiation at audio frequencies*, 1973, Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- [4] **Goyder, H.G.D. und White, R.G.**, *Vibrational power flow from machines into built-up structures .1. Introduction and approximate analyses of beam and plate-like foundations*, Journal of Sound and Vibration, 1980. **68**(1): S. 59-75.
- [5] **Goyder, H.G.D. und White, R.G.**, *Vibrational power flow from machines into built-up structures .2. Wave-propagation and power flow in beam-stiffened plates*, Journal of Sound and Vibration, 1980. **68**(1): S. 77-96.
- [6] **Goyder, H.G.D. und White, R.G.**, *Vibrational power flow from machines into built-up structures .3. Power flow through isolation systems*, Journal of Sound and Vibration, 1980. **68**(1): S. 97-117.
- [7] **Williams, E.G., Dardy, H.D. und Fink, R.G.**, *A technique for measurement of structure-borne intensity in plates*, Journal of the Acoustical Society of America, 1985. **78**(6): S. 2061-2068.
- [8] **Piaud, J.B. und Nicolas, J.**, *Relationship between vibrational and acoustical intensity for an infinite-plate*, Journal of the Acoustical Society of America, 1986. **80**(4): S. 1114-1121.
- [9] **Pavic, G.**, *Structural surface intensity - An alternative approach in vibration analysis and diagnosis*, Journal of Sound and Vibration, 1987. **115**(3): S. 405-422.
- [10] **Hambric, S.A.**, *Power flow and mechanical intensity calculations in structural finite-element analysis*, Journal of Vibration and Acoustics, 1990. **112**(4): S. 542-549.
- [11] **Hambric, S.A. und Taylor, P.D.**, *Comparison of experimental and finite-element structure-borne flexural power measurements for a straight beam*, Journal of Sound and Vibration, 1994. **170**(5): S. 595-605.
- [12] **Pan, J. und Hansen, C.H.**, *Active control of total vibratory power flow in a beam. I: Physical system analysis*, Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **89**(1): S. 200-209.

- 
- [13] **Romano, A.J., Abraham, P.B. und Williams, E.G.**, *A poynting vector formulation for thin shells and plates, and its application to structural intensity analysis and source localization .1. Theory*, Journal of the Acoustical Society of America, 1990. **87**(3): S. 1166-1175.
- [14] **Williams, E.G.**, *Structural intensity in thin cylindrical-shells*, Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **89**(4): S. 1615-1622.
- [15] **Gavric, L. und Pavic, G.**, *A finite-element method for computation of structural intensity by the normal-mode approach*, Journal of Sound and Vibration, 1993. **164**(1): S. 29-43.
- [16] **McDevitt, T.E., Koopmann, G.H. und Burroughs, C.B.**, *Two-channel laser vibrometer techniques for vibrational intensity measurements: part 1 - Flexural intensity*, Journal of Vibration and Acoustics, 1993. **115**(4): S. 436-440.
- [17] **McDevitt, T.E., Koopmann, G.H. und Burroughs, C.B.**, *Two-channel laser vibrometer techniques for vibrational intensity measurements: part 2 - Longitudinal intensity*, Journal of Vibration and Acoustics, 1994. **116**(1): S. 100-104.
- [18] **Pascal, J.C., Loyau, T. und Carniel, X.**, *Complete determination of structural intensity in plates using laser vibrometers*, Journal of Sound and Vibration, 1993. **161**(3): S. 527-531.
- [19] **Maysenhölder, W.**, *Körperschallenergie*, 1994, Stuttgart, Leipzig: S. Hirzel Verlag.
- [20] **Tanaka, N., Snyder, S.D., Kikushima, Y. und Kuroda, M.**, *Vortex structural power-flow in a thin-plate and the influence on the acoustic field*, Journal of the Acoustical Society of America, 1994. **96**(3): S. 1563-1574.
- [21] **Tanaka, N., Snyder, S.D. und Hansen, C.H.**, *Vorticity characteristics of the vibrational intensity field in an actively controlled thin plate*, Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(2): S. 942-953.
- [22] **Tanaka, N., Kikushima, Y., Kuroda, M. und Fergusson, N.J.**, *Active control of a distributed-parameter structure using vortex power flow confinement*, Journal of the Acoustical Society of America, 1997. **102**(3): S. 1648-1656.
- [23] **Schwenk, A.E., Sommerfeldt, S.D. und Hayek, S.I.**, *Adaptive control of structural intensity associated with bending waves in a beam*, Journal of the Acoustical Society of America, 1994. **96**(5): S. 2826-2835.
- [24] **Bouthier, O.M. und Bernhard, R.J.**, *Simple-models of energy-flow in vibrating membranes*, Journal of Sound and Vibration, 1995. **182**(1): S. 129-147.
- [25] **Bouthier, O.M. und Bernhard, R.J.**, *Simple-models of the energetics of transversely vibrating plates*, Journal of Sound and Vibration, 1995. **182**(1): S. 149-166.

- 
- [26] **Spalding, A.B. und Mann, J.A.**, *Placing small constrained layer damping patches on a plate to attain global or local velocity changes*, Journal of the Acoustical Society of America, 1995. **97**(6): S. 3617-3624.
- [27] **Cremer, L. und Heckl, M.**, *Körperschall: physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. 2. Aufl. 1996, Berlin: Springer.
- [28] **Morikawa, R., Ueha, S. und Nakamura, K.**, *Error evaluation of the structural intensity measured with a scanning laser Doppler vibrometer and a k-space signal processing*, Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(5): S. 2913-2921.
- [29] **Pascal, J.C., Carniel, X., Chalvidan, V. und Smigielski, P.**, *Determination of phase and magnitude of vibration for energy flow measurements in a plate using holographic interferometry*, Optics and Lasers in Engineering, 1996. **25**(4-5): S. 343-360.
- [30] **Zhang, Y. und Mann, J.A.**, *Measuring the structural intensity and force distribution in plates*, Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(1): S. 345-353.
- [31] **Zhang, Y. und Mann, J.A.**, *Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates*, Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(1): S. 354-361.
- [32] **Gavric, L., Carlsson, U. und Feng, L.**, *Measurement of structural intensity using a normal mode approach*, Journal of Sound and Vibration, 1997. **206**(1): S. 87-101.
- [33] **Le Bot, A., Ichchou, M.N. und Jezequel, L.**, *Energy flow analysis for curved beams*, Journal of the Acoustical Society of America, 1997. **102**(2): S. 943-954.
- [34] **Ming, R.S. und Craik, R.J.M.**, *Errors in the measurement of structure-borne power flow using two-accelerometer techniques*, Journal of Sound and Vibration, 1997. **204**(1): S. 59-71.
- [35] **Ming, R.S.**, *The measurement of coupling loss factors using the structural intensity technique*, Journal of the Acoustical Society of America, 1998. **103**(1): S. 401-407.
- [36] **Meudt, P.**, *Strukturintensitätsanalyse in der Maschinenakustik*, Dissertation. 1998, Aachen: Shaker.
- [37] **Rook, T.E. und Singh, R.**, *Structural intensity calculations for compliant plate-beam structures connected by bearings*, Journal of Sound and Vibration, 1998. **211**(3): S. 365-387.
- [38] **Audrain, P., Masson, P. und Berry, A.**, *Investigation of active structural intensity control in finite beams: Theory and experiment*, Journal of the Acoustical Society of America, 2000. **108**(2): S. 612-623.

- 
- [39] **Howard, C.Q., Snyder, S.D. und Hansen, C.H.**, *Calculation of vibratory power transmission for use in active vibration control*, Journal of Sound and Vibration, 2000. **233**(4): S. 573-585.
- [40] **Li, Y.J. und Lai, J.C.S.**, *Prediction of surface mobility of a finite plate with uniform force excitation by structural intensity*, Applied Acoustics, 2000. **60**(3): S. 371-383.
- [41] **Szwerc, R.P., Burroughs, C.B., Hambric, S.A. und McDevitt, T.E.**, *Power flow in coupled bending and longitudinal waves in beams*, Journal of the Acoustical Society of America, 2000. **107**(6): S. 3186-3195.
- [42] **Park, D.H., Hong, S.Y., Kil, H.G. und Jeon, J.J.**, *Power flow models and analysis of in-plane waves in finite coupled thin plates*, Journal of Sound and Vibration, 2001. **244**(4): S. 651-668.
- [43] **Mandal, N.K., Leong, M.S. und Abd Rahman, R.**, *Prediction of structure-borne sound in orthotropic plates for far-field conditions*, Journal of Vibration and Control, 2002. **8**(1): S. 3-12.
- [44] **Mandal, N.K., Abd Rahman, R. und Leong, M.S.**, *Structure-borne power transmission in thin naturally orthotropic plates: General case*, Journal of Vibration and Control, 2003. **9**(10): S. 1189-1199.
- [45] **Nejade, A. und Singh, R.**, *Flexural intensity measurement on finite plates using modal spectrum ideal filtering*, Journal of Sound and Vibration, 2002. **256**(1): S. 33-63.
- [46] **Mandal, N.K., Rahman, R.A. und Leong, M.S.**, *Experimental investigation of vibration power flow in thin technical orthotropic plates by the method of vibration intensity*, Journal of Sound and Vibration, 2005. **285**(3): S. 669-695.
- [47] **Wang, Z.H., Xing, J.T. und Price, W.G.**, *An investigation of power flow characteristics of L-shaped plates adopting a substructure approach*, Journal of Sound and Vibration, 2002. **250**(4): S. 627-648.
- [48] **Wang, Z.H., Xing, J.T. und Price, W.G.**, *A study of power flow in a coupled plate-cylindrical shell system*, Journal of Sound and Vibration, 2004. **271**(3-5): S. 863-882.
- [49] **Park, D.H., Hong, S.Y. und Kil, H.G.**, *Power flow model of flexural waves in finite orthotropic plates*, Journal of Sound and Vibration, 2003. **264**(1): S. 203-224.
- [50] **Seo, S.H., Hong, S.Y. und Kil, H.G.**, *Power flow analysis of reinforced beam-plate coupled structures*, Journal of Sound and Vibration, 2003. **259**(5): S. 1109-1129.
- [51] **Kessissoglou, N.J.**, *Power transmission in L-shaped plates including flexural and in-plane vibration*, Journal of the Acoustical Society of America, 2004. **115**(3): S. 1157-1169.

- 
- [52] **Khun, M.S., Lee, H.P. und Lim, S.P.**, *Structural intensity in plates with multiple discrete and distributed spring-dashpot systems*, Journal of Sound and Vibration, 2004. **276**(3-5): S. 627-648.
- [53] **Liu, Z.S., Lee, H.P. und Lu, C.**, *Structural intensity study of plates under low-velocity impact*, International Journal of Impact Engineering, 2005. **31**(8): S. 957-975.
- [54] **Pavic, G.**, *The role of damping on energy and power in vibrating systems*, Journal of Sound and Vibration, 2005. **281**(1-2): S. 45-71.
- [55] **Pavic, G.**, *Vibration damping, energy and energy flow in rods and beams: Governing formulae and semi-infinite systems*, Journal of Sound and Vibration, 2006. **291**(3-5): S. 932-962.
- [56] **Pavic, G.**, *Numerical study of vibration damping, energy and energy flow in a beam-plate system*, Journal of Sound and Vibration, 2006. **291**(3-5): S. 902-931.
- [57] **Saijyou, K. und Okawara, C.**, *Regularization method for measurement of structural intensity using nearfield acoustical holography*, Journal of the Acoustical Society of America, 2005. **117**(4): S. 2039-2045.
- [58] **Stein, M.**, *Ausbreitung von Körperschall in ebenen Strukturen*, Dissertation. 2005, Aachen: Shaker.
- [59] **Xu, X.D., Lee, H.P. und Lu, C.**, *Power flow paths in stiffened plates*, Journal of Sound and Vibration, 2005. **282**(3-5): S. 1264-1272.
- [60] **Xu, X.D., Lee, H.P., Lu, C. und Guo, J.Y.**, *Streamline representation for structural intensity fields*, Journal of Sound and Vibration, 2005. **280**(1-2): S. 449-454.
- [61] **Lee, H.P., Lim, S.P. und Khun, M.S.**, *Diversion of energy flow near crack tips of a vibrating plate using the structural intensity technique*, Journal of Sound and Vibration, 2006. **296**(3): S. 602-622.
- [62] **Mandal, N.K.**, *Experimental studies of quasi-longitudinal waves power flow in corrugated plates*, Journal of Sound and Vibration, 2006. **297**(1-2): S. 227-242.
- [63] **Zhu, X., Li, T.Y., Zhao, Y. und Liu, J.X.**, *Structural power flow analysis of Timoshenko beam with an open crack*, Journal of Sound and Vibration, 2006. **297**(1-2): S. 215-226.
- [64] **Zhu, X., Li, T.Y., Zhao, Y. und Yan, J.**, *Vibrational power flow analysis of thin cylindrical shell with a circumferential surface crack*, Journal of Sound and Vibration, 2007. **302**(1-2): S. 332-349.

- 
- [65] **Yan, J., Li, F.C. und Li, T.Y.**, *Vibrational power flow analysis of a submerged viscoelastic cylindrical shell with wave propagation approach*, Journal of Sound and Vibration, 2007. **303**(1-2): S. 264-276.
- [66] **Park, Y.H. und Hong, S.Y.**, *Vibrational power flow models for transversely vibrating finite Mindlin plate*, Journal of Sound and Vibration, 2008. **317**(3-5): S. 800-840.
- [67] **Daley, M.J. und Hambric, S.A.**, *A method to simulate structural intensity fields in plates and general structures induced by spatially and temporally random excitation fields*, Journal of Vibration and Acoustics, 2009. **131**(1): S. 011006-9.
- [68] **Fan, Z. und Lowe, M.J.S.**, *Elastic waves guided by a welded joint in a plate*, Proceedings of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2009. **465**(2107): S. 2053-2068.
- [69] **Larsen, A., Laksafoss, B., Jensen, J. und Sigmund, O.**, *Topological material layout in plates for vibration suppression and wave propagation control*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009. **37**(6): S. 585-594.
- [70] **Li, T.Y., Zhu, X., Zhao, Y. und Hu, X.F.**, *The wave propagation and vibrational energy flow characteristics of a plate with a part-through surface crack*, International Journal of Engineering Science, 2009. **47**(10): S. 1025-1037.
- [71] **Wong, W.O., Wang, X.Q. und Cheng, L.**, *Modal power flow analysis of a damaged plate*, Journal of Sound and Vibration, 2009. **320**(1-2): S. 84-100.
- [72] **Kuhl, S.**, *Gezielte Leitung von Körperschall unter Zuhilfenahme der Strukturintensitätsrechnung*. Dissertation. 2009, Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.
- [73] **Liu, C.C., Li, F.M., Fang, B., Zhao, Y. und Huang, W.H.**, *Active control of power flow transmission in finite connected plate*, Journal of Sound and Vibration, 2010. **329**(20): S. 4124-4135.
- [74] **Bercin, A.N.**, *An assessment of the effects of in-plane vibrations on the energy flow between coupled plates*, Journal of Sound and Vibration, 1996. **191**(5): S. 661-680.
- [75] **Föller, D.**, *Geräuscharme Maschinenteile: Vorhaben Nr. 7; die Entstehung von Maschinengeräuschen und konstruktive Maßnahmen zu ihrer Verminderung; Abschlussbericht; Berichtszeitraum 1.1.1971 - 30.6.1973*, 1974: Maschinenbau-Verlag.
- [76] **Zeller, P.**, *Handbuch Fahrzeugakustik Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. 2. Aufl. 2011, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH.
- [77] **Lyon, R.H. und DeJong, R.G.**, *Theory and application of statistical energy analysis*, 1995, Boston: Butterworth-Heinemann.



- 
- [78] **Stephan, K., Mayinger, F. und Stephan, P.**, *Einstoffsysteme*. 18. Aufl. Thermodynamik. Grundlagen und technische Anwendungen 2009, Berlin: Springer.
- [79] **Spurk, J.H.**, *Strömungslehre : Einführung in die Theorie der Strömungen*. 8. Aufl. 2010, Berlin: Springer.
- [80] **Verheij, J.W.**, *Cross spectral density methods for measuring structure borne power flow on beams and pipes*, Journal of Sound and Vibration, 1980. **70**(1): S. 133-138.
- [81] **Hake, E. und Meskouris, K.**, *Statik der Flächentragwerke*. 2. Aufl. 2007, Berlin, Heidelberg: Springer
- [82] **Kollmann, F.G., Schösser, T.F. und Angert, R.**, *Praktische Maschinenakustik*, 2005, Berlin: Springer.
- [83] **Hagedorn, P. und DasGupta, A.**, *Vibrations and waves in continuous mechanical systems*, 2007, Chichester: Wiley.
- [84] **Mann, J.A., Tichy, J. und Romano, A.J.**, *Instantaneous and time-averaged energy-transfer in acoustic fields*, Journal of the Acoustical Society of America, 1987. **82**(1): S. 17-30.
- [85] **Fetzer, A. und Fränkel, H.**, *Mathematik 2*. 6. Aufl. 2009, Berlin, Heidelberg: Springer.
- [86] **Steinke, P.**, *Finite-Elemente-Methode*. 3. Aufl. 2007: Springer Berlin Heidelberg.
- [87] **Lerch, R., Sessler, G. und Wolf, D.**, *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*, 2009, Berlin, Heidelberg: Springer.
- [88] **Henn, H., Sinambari, G.R. und Fallen, M.**, *Ingenieurakustik*. 3. Aufl. 2008, Wiesbaden: Vieweg+Teubner / GWV Fachverlage GmbH.
- [89] **Möser, M., Kropp, W. und Cremer, L.**, *Körperschall: physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. 3. Aufl. 2010, Heidelberg: Springer.
- [90] **Back, T.**, *Prognosemethodik für die Schwingungsanregung von dynamischen Systemen in Abhängigkeit der Struktureigenschaften*. Dissertation. 2008, Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.
- [91] **Straßberger, M.**, *Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Struktur-schwingungen mit Hilfe von piezo-keramischen Aktoren*, Dissertation. 1997, Bochum: Inst. für Mechanik.
- [92] **Bös, J.**, *Numerical shape optimization in structural acoustics*, Dissertation. 2004, Aachen: Shaker.



- 
- [93] **Bös, J.**, *Numerical optimization of the thickness distribution of three-dimensional structures with respect to their structural acoustic properties*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006. **32**(1): S. 12-30.

